

## Varmafræði og inngangur að safneðlisfræði (EFN315G)

Mánudaginn 4. desember 2017, kl. 09:00-12:00. Lokapróf.

Kennari: Viðar Guðmundsson.

**Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, vasareiknivél, allar bækur og nótur.**

Í prófinu eru 4 verkefni sem öll vega jafnt. Skrifðu skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Ljóseindagas hefur ástandsjöfnurnar

$$u = \left(\frac{4\sigma}{c}\right) T^4 \quad \text{og} \quad pV = \frac{U}{3} \quad \text{með} \quad U = uV.$$

Hér þarf enga frekari þekkingu á ljóseindagasi, en nota þarf fyrsta lögmál varmafræðinnar til að finna óreiðubreytinguna  $dS$ .

- Rissið  $pV$ - og  $TS$ -myndir af Carnot-hring fyrir ljóseindagasið.
- Finnið  $V_3$  og  $V_4$  fyrir gefið  $V_1$  og  $V_2$ .
- Finnið vinnuna og varmann fyrir jafnhitaferlana, og vinnuna fyrir óvermnu ferlana.
- Reiknið nýtni vélarinnar.

**English:** A photon gas is described by the equations of state

$$u = \left(\frac{4\sigma}{c}\right) T^4 \quad \text{and} \quad pV = \frac{U}{3} \quad \text{with} \quad U = uV.$$

Here, no further knowledge of photons is needed, but one has to use the first law of thermodynamics to derive the change in entropy  $dS$ .

- Sketch  $pV$ - and  $TS$ -diagrams of a Carnot-cycle for the photon gas.
- Find  $V_3$  and  $V_4$  for given  $V_1$  and  $V_2$ .
- Find the work and heat for the isotherms, and the work for the adiabats.
- Calculate the efficiency of the engine.

2. **Íslenska:** Eðlisvarmi kopars er  $c_p = 30.5(T/T_D)^3$  kJ/(kg·K) við lágt hitastig, þar sem  $T_D = 348$  K er hitastig Debye fyrir kopar.

- (a) Hve mikla orku þarf til að hita 10 g af kopar frá 10 K upp í 20 K?
- (b) Hve mikla orku þarf minnst til að kæla koparinn aftur niður í 10 K, ef umhverfishitinn er  $T_R = 293$  K?

**English:** The heat capacity of copper is  $c_p = 30.5(T/T_D)^3$  kJ/(kg·K) at low temperature, where  $T_D = 348$  K is the Debye temperature for copper.

- (a) How much energy is needed to heat 10 g of copper from 10 K up to 20 K?
- (b) What is the least amount of energy needed to cool the copper again down to 10 K, if the environment temperature is  $T_R = 293$  K?

3. **Íslenska:** Ísskápur notar 100 W af raforku til kælingar. Inni í skápnum er kveikt á 100 W ljósaperu. Hvað getur hitastigið í ískápnum orðið lægst ef umhverfi hans er við 20 °C?

**English:** Refrigerator uses 100 W of electrical energy for cooling. Inside it shines a 100 W light bulb. What is the lowest temperature that can be reached inside the refrigerator if its environment is at 20 °C?

4. **Íslenska:** Takmarkaður eða afskorinn hreintóna sveifill er með orkuróf

$$E_n = \epsilon_0 + n\epsilon, \quad \text{með } n = 0, 1, 2, \dots, n_0 - 1.$$

- (a) Finnið meðalorku  $\langle E \rangle$  og meðalörvun  $\langle n \rangle$  takmarkaða sveifilsins við hitastig  $T$ .
- (b) Reiknið óreiðu og varmarýmd sveifilsins.
- (c) Hver er aðfellohegðun varmarýmdarinnar við lágt og hátt hitastig? Hvernig og hvers vegna eru þessar aðfellar á annan veg en fyrir ótakmarkaða hreintóna sveifilinn?

Fyrir þetta dæmi gæti verið gott að muna eftir jöfnunni

$$\sum_{n=0}^{n_0-1} x^n = \frac{1 - x^{n_0}}{1 - x}.$$

**English:** A bounded or truncated harmonic oscillator has the energy spectrum

$$E_n = \epsilon_0 + n\epsilon, \quad \text{with } n = 0, 1, 2, \dots, n_0 - 1.$$

- (a) Find the mean energy  $\langle E \rangle$  and the mean excitation  $\langle n \rangle$  of the truncated oscillator at temperature  $T$ .
- (b) Calculate the entropy and the specific heat of the oscillator.
- (c) What is the asymptotic behavior of the specific heat at low and high temperatures? How and why do these limits differ from the results for the unbounded harmonic oscillator?

For this example it could be convenient to remember

$$\sum_{n=0}^{n_0-1} x^n = \frac{1 - x^{n_0}}{1 - x}.$$