

EFN307G: Varmafræði og inngangur að safneðlisfræði

Miðvikudaginn 8. desember 2010, kl. 09:00-12:00. Kennari: Viðar Guðmundsson.

Hjálpargögn: Kennslubókin, „Thermal Physics“ eftir Kittel og Kroemer, handskrifaðar nótur og reiknivélar.

Vægi verkefnanna er jafnt. Skrifðu skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Óvíxlverkandi tvívítt rafeindagas er á ferningnum L^2

- (a) Finnið Fermí-orku, ε_F , og Fermí-hitastig, τ_F , gassins sem fall af þéttleika þess $n = N/L^2$.
- (b) Leiðið út meðalorku gassins á eind, U_0/N , við hitastig $\tau = 0$.
- (c) Reiknið ástandaþéttleika gassins $\mathcal{D}(\varepsilon)$.
- (d) Eru niðurstöður liðanna tveggja hér að undan í samræmi?

English: Non-interacting two-dimensional electron gas is on the square L^2 .

- (a) Derive the Fermi energy, ε_F , and the Fermi temperature, τ_F , for the gas as a function of its density $n = N/L^2$.
- (b) Find the average energy per electron, U_0/N , for the gas at temperature $\tau = 0$.
- (c) Calculate the density of states of the electron gas $\mathcal{D}(\varepsilon)$.
- (d) Are the results in the last two items consistent?

2. **Íslenska:** Skoðum rafeindir og holur í hálfleiðara. Þær myndast og eyðast samkvæmt hvarfinu

$$e + h = 0$$

vegna varmaflökks kerfisins. Þær hafa mismunandi massa $m_e = 0.2m_0$ og $m_h = 0.7m_0$, þar sem m_0 er massi rafeinda í tómarúmi. Notið massalögmálið

$$\prod_j n_j^{\nu_j} = \prod_j n_{Qj}^{\nu_j} \exp \left[-\frac{\nu_j F_j^{\text{int}}}{\tau} \right]$$

til þess að reikna þéttleika eindanna við $T = 300$ K ef $n_Q(m_0) = 1.25 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ við $T = 300$ K, og minnsta orka sem losnar þegar þær sameinast er $\Delta/\tau = 10$. Núllpunktur orkuskalans er orkan þegar engar eindir eru til staðar. Við sleppum spuna eindanna og gerum ráð fyrir að þéttleiki rafeinda sé jafn þéttleika hola.

English: We investigate electrons and holes in a semiconductor. They are created and destroyed according to the reaction

$$e + h = 0$$

due to the thermal fluctuations in the system. They have different masses $m_e = 0.2m_0$ and $m_h = 0.7m_0$, where m_0 is the mass of an electron in the vacuum. Use the law of mass action

$$\prod_j n_j^{\nu_j} = \prod_j n_{Qj}^{\nu_j} \exp \left[-\frac{\nu_j F_j^{\text{int}}}{\tau} \right]$$

to calculate the density of the particles at $T = 300$ K if $n_Q(m_0) = 1.25 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ at $T = 300$ K, and the minimum energy release when they combine is $\Delta/\tau = 10$. The zero of the energy scale is the energy with no particles present. We neglect the spin of the particles and assume the density of electrons and holes to be equal.

3. **Íslenska:** Óreiða $\sigma(U, V, N)$ kerfis tengist efnamætti þess á eftirfarandi hátt

$$-\frac{\mu}{\tau} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial N} \right)_{U, V}.$$

Kerfið er með efnamætti $\mu = -0.2$ eV, hversu mjög fjölgar mögulegum smásæjum ástöndum þess þegar einni eind er bætt við það við herbergishita?

English: The entropy $\sigma(U, V, N)$ of a system is related to its chemical potential by

$$-\frac{\mu}{\tau} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial N} \right)_{U, V}.$$

The system has chemical potential $\mu = -0.2$ eV, by what factor is the number of microstates increased when a single particle is added to it at room temperature?

4. **Íslenska:** Kerfi einnar eindar í varmatengslum við geymi er með orkuástönd $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$ og $\varepsilon_3 = 3\varepsilon$ með margfeldni $g_1 = 1$, $g_2 = 3$ og $g_3 = 5$.

(a) Reiknið kórsummuna, hlutfallslega sætni orkustiganna, og meðalorkuna við hitastig $\tau = \varepsilon$.

(b) Við hvaða hitastig er sætni annars og þriðja orkustigsins jöfn?

English: A system of one particle in thermal contact with a reservoir has energy levels $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$, and $\varepsilon_3 = 3\varepsilon$ with degeneracies $g_1 = 1$, $g_2 = 3$ og $g_3 = 5$.

(a) Calculate the partition function, the relative populations of the energy levels, and the mean energy at temperature $\tau = \varepsilon$.

(b) At what temperature are the populations of the second and the third energy levels equal?