Járnseglum, Ising-líkanið

Skoðum líkan sem lýsir járnseglum og sýnir víxlverkunina

Ising líkanið, spunar á grind

$s = -1, +1$

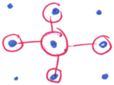
ytra segulsvið

$$H = -\frac{J}{2}\sum_{\langle i,j\rangle} s_i s_j - B\sum_i s_i$$

styrkur víxlverkunar

summa yfir næstu granna

2D:



fjöleinda (fjölspuna) Hamilton virki

2^N - ástönd

Skoðum meðalsviðs lausn áður en betri lausn er kynnt.

$$s_i s_j = s_i\langle s_j\rangle + \langle s_i\rangle s_j - \langle s_i\rangle\langle s_j\rangle + \{s_i - \langle s_i\rangle\}\{s_j - \langle s_j\rangle\}$$

engin nálgun

$\langle s_i\rangle = \langle s\rangle$ einsleitt kerfi

$$H = -\frac{J}{2} \sum_{\langle i,j \rangle} \Big[\underbrace{s_i \langle s_j \rangle + \langle s_i \rangle s_j}_{\text{tveir samskonar liðir}} - \langle s_i \rangle \langle s_j \rangle + \underbrace{(s_i - \langle s_i \rangle)(s_j - \langle s_j \rangle)}_{\text{fylgniliðir}} \Big] - B \sum_i s_i$$

Setjum

$$H \simeq -Jq \langle s \rangle \sum_{i}^{N} s_i + J \frac{q}{2} N \langle s \rangle^2 - B \sum_i s_i$$

q: fjöldi nánustu granna

$$H \simeq J \frac{q}{2} N \langle s \rangle^2 - (B_E + B) \sum_i s_i$$

með

$B_E = qJ\langle s \rangle$: virka- eða innra segulsviðið

Notum núna að seglunin er skilgreind

$$\frac{M}{N} = \langle s \rangle \qquad \text{og} \qquad \frac{M}{N} = -\frac{1}{N}\frac{\partial}{\partial B} F(N,B,T,\langle s \rangle)\Big|_{N,T,\langle s \rangle}$$

$$F(N,B,T,\langle s \rangle) = -kT \ln Z_N(B,T)$$

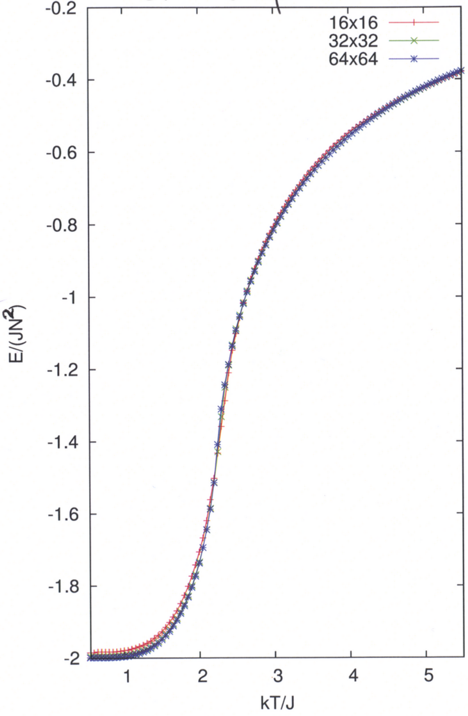
$$\longrightarrow \quad \langle s \rangle = \tanh\left\{\beta\left(qJ\langle s \rangle + B\right)\right\}$$

Samskonar niðurstaða og áður

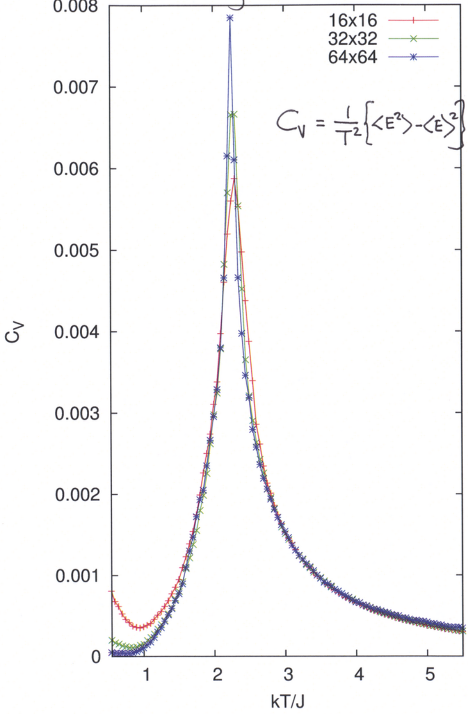
Hér fylgja myndir úr Monte-Carlo reikningum fyrir Isinglíkanið í tveimur víddum án meðalsviðs aðferðar

N×N lotubundin grind $\quad$ (10^5 spuna viðsnúningar —)

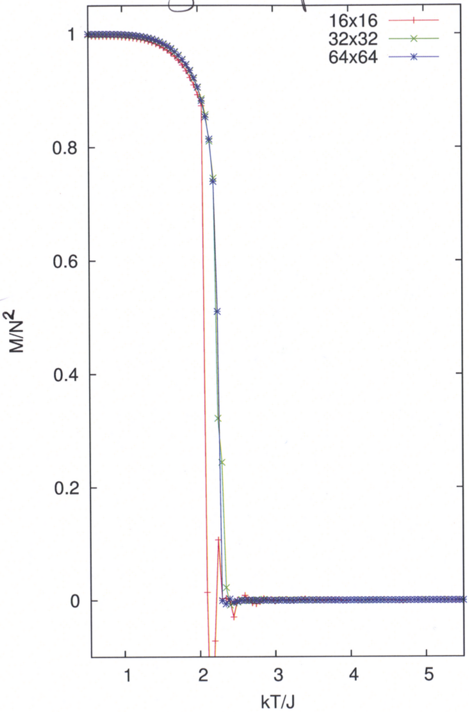
Orka á spuna



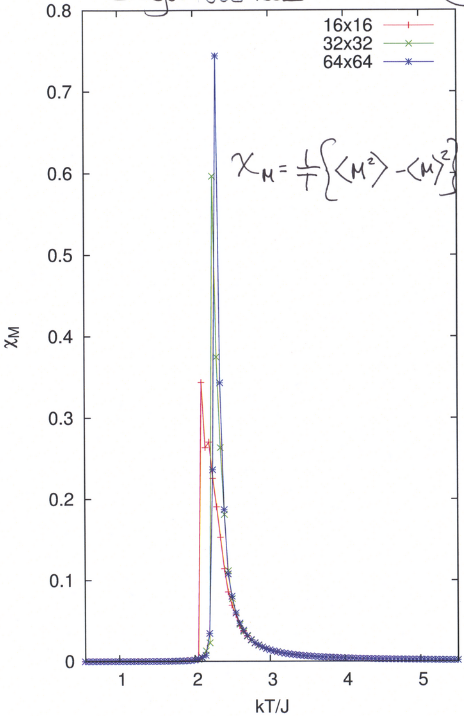
Varmarýmd



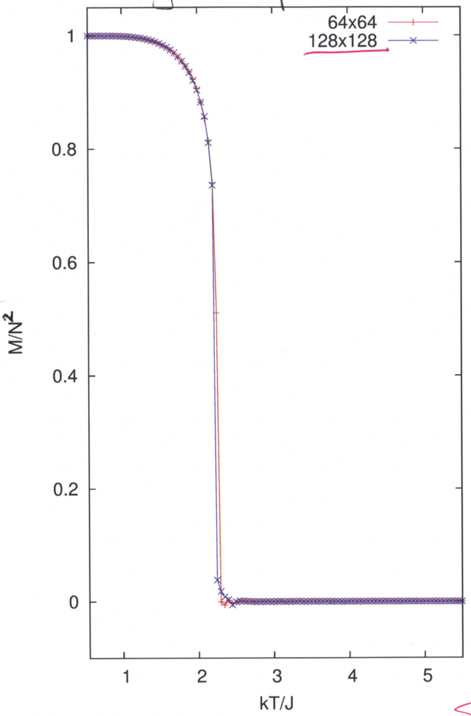
Segulm á spuna



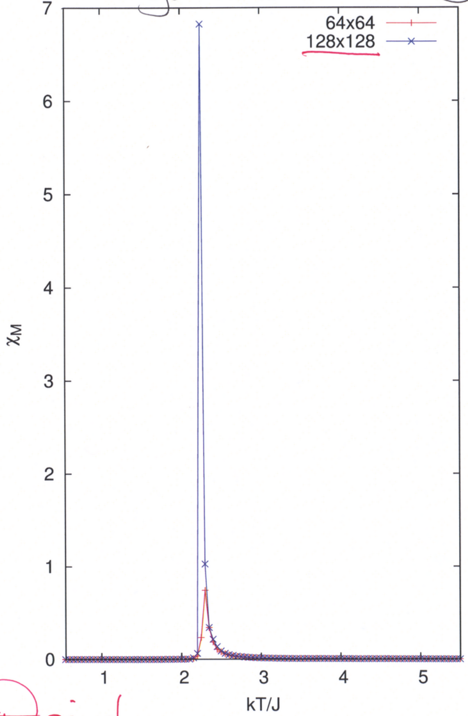
Segulviðtak



Seglun á spuna



Segulviðtak



Stækka grind

Fræði Landau um fasabreytingar

Könnum kerfi sem lýst er
með τ og V

$\hookrightarrow F = U - \tau\sigma$ lágmarkast

finnum fasastika (orderparameter) ξ
t.d. seglun, NaNi ^4He ......

$$F_L(\xi,\tau) \equiv U(\xi,\tau) - \tau\sigma(\xi,\tau)$$

Í jafnvægi hefur fasastikinn visst gildi

$$\xi = \xi_0(\tau)$$

en við gerum ráð
fyrir því að hann
sé frjáls í F_L

$\xi_0(\tau)$, jafnvægis gildið
er gildið sem gefur
lágmarkið á F_L
fyrir gefið τ
Rétta F-ið er sama
og lággildið

$$F(\tau) = F_L(\xi_0,\tau)$$

$$\leq F_L(\xi,\tau)$$

Sem fall af ξ við fast τ getur F_L haft fleiri en eitt lággildi. Það lægsta gefur jafnvægisástandið.

Fyrsta stigs fasabreyting verður þegar annað lágmark verður lægst við breytingu á τ

F_L er liðanlegt

$$F_L(\xi,\tau) = g_0(\tau) + \frac{1}{2} g_2(\tau)\xi^2 + \frac{1}{4} g_4(\tau)\xi^4 + \frac{1}{6} g_6(\tau)\xi^6 + \cdots$$

Allar upplýsingar um F_L eru í g_i, sem finnast í tilraunum eða eru reiknaðir samkvæmt einhverju líkani.

Einfaldasta fasabreytingin er þ.

$$g_2(\tau) = (\tau-\tau_0)\alpha$$

skiptir um formerki í $\tau=\tau_0$

og $\quad g_4(\tau)>0$, og hærri g_i eru hverfandi

þá væri
$$F_L(\xi,\tau) = g_0(\tau) + \frac{1}{2}\alpha(\tau-\tau_0)\xi^2 + \frac{1}{4}g_4\xi^4$$

Getur ekki verið rétt við lágt hitastig því
$\nabla = -\left(\frac{\partial F}{\partial \tau}\right)_V$

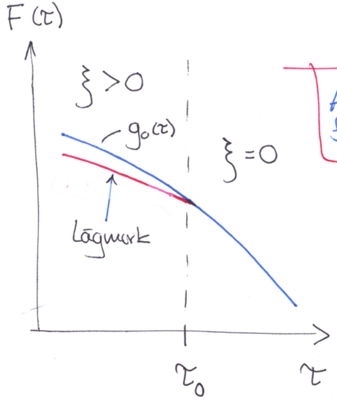
Finnum jafnvægisgildið
$$\left(\frac{\partial F_L}{\partial \xi}\right)_\tau = (\tau-\tau_0)\alpha\xi + g_4\xi^3 = 0$$

með rótum
$$\xi = 0, \quad \text{og} \quad \xi^2 = (\tau_0-\tau)\frac{\alpha}{g_4}, \qquad \begin{matrix}\alpha > 0\\ g_4 > 0\end{matrix}$$

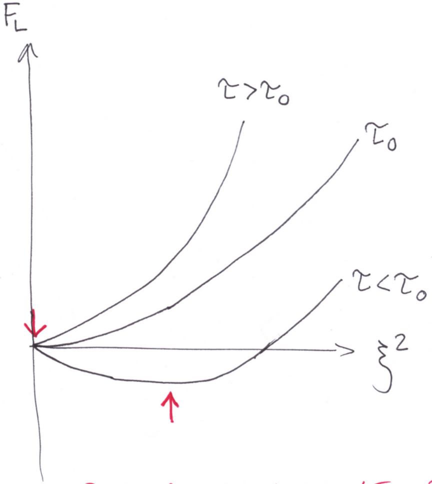
Rótin $\xi = 0$ svarar til lágmarks F_L við $\tau > \tau_0$ þ. $F(\tau) = g_0(\tau)$

Rótin $\xi^2 = (\tau_0-\tau)\frac{\alpha}{g_4}$ svarar til lágmarks F_L fyrir $\tau < \tau_0$

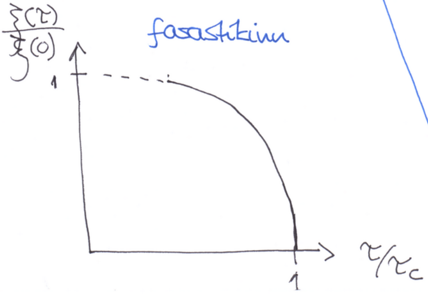
þ.s.
$$F(\tau) = g_0(\tau) - \frac{\alpha^2}{4g_4}(\tau-\tau_0)^2$$



Annarsstigs fasabreyting



fasastikinn



fyrir $\tau < \tau_0$ hefur lággildið færst til

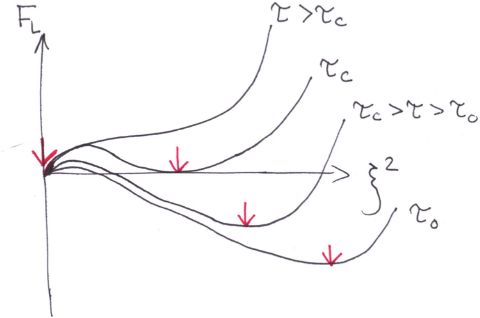
$\xi(\tau)$ fer samfellt í 0 þ. $\tau \to \tau_0$

$-\left(\frac{\partial F}{\partial \tau}\right)$ er samfellt í $\tau = \tau_0$

engin „bræðsluvarmi“

Fyrsteordens fasebrytning

$$F_L(\xi,\tau) = g_0(\tau) + \frac{1}{2}\alpha(\tau-\tau_0)\xi^2 - \frac{1}{4}|g_4(\tau)|\xi^4 + \frac{1}{6}g_6\xi^6 + \cdots$$



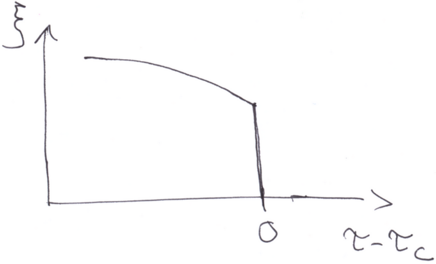
Røter $\dfrac{\partial F_L}{\partial \xi} = 0$ er

$\xi = 0$ eller røter

$$\alpha(\tau-\tau_0) - |g_4(\tau)|\xi^2 + g_6\xi^4 = 0$$

fyrir $\tau = \tau_c$ tekur F
sama gildið fyrir $\xi = 0$
og $\xi \neq 0$

$\tau_c \neq \tau_0$ og ξ stekkur
niður í 0 í $\tau = \tau_c$



fyrsta stigs fasabreytinga
geta sýnt heldni

Heldni sést aldrei í
annarsstigs fasa breytingum

Annarsstigs: járnseglar
ofurleiðarar

Fyrstastigs: Málmar, melmi
Ferroelectric ...
vatn-gufa
ís-vatn