Ljóseindir – Ljóseindagas

Ljóseindir með orku $\hbar\omega$ og skriðþunga $\hbar k$ þ.s.

$$\frac{\omega}{k} = 2\pi\nu \cdot \frac{\lambda}{2\pi} = \nu\lambda = c$$

í tómarúmi

Hitageislun með orku k_BT

Mið innrautt

3 – 8 μm
37 – 100 THz
155 – 413 meV
966 – 362 K

Langbylgju innrautt

8 – 15 μm
20 – 37 THz
83 – 155 meV
362 – 193 K

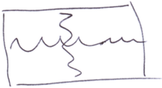
Fjar innrautt

15 – 1000 μm
0,3 – 20 THz
1,2 – 83 meV
193 – 3 K

örbylgjur – millimetrabylgjur

Varmafræði hálf-sígildra ljóseinda

Ljóseindahol



umhverfi heldur því við T

n ljóseindir

→ orkuþéttleiki

$$u = \frac{U}{V} = n\underbrace{\hbar\omega}$$

meðalorka ljóseinda

Hreyfifræði einda með massa m Ex. 6.3 sýnir að ef

$$E = \frac{1}{2} m v^2 \;\to\; u = \frac{1}{2} n m \langle v^2 \rangle \;\to\; p = \frac{2}{3} u \quad \left(p = \frac{1}{3} n m \langle v^2 \rangle\right)$$

hér notum við $E = \hbar\omega$, $v = c$, setjum $mc^2 \to \hbar\omega$

$$\to p = \frac{u}{3}$$ fyrir ljóseindir

Hreyfifræði getur enn fremur

$$\Phi = \frac{nc}{4}$$ flæði ljóseinda sem falla á einingarflöt vegg hds

$\to$ aflið á einingarflöt hds

$$F = \hbar\omega\Phi = \frac{uc}{4}$$

viljum finna hvernig orka flæði tengist T

lögmál Stefan-Boltzmanns

1. Lögmálið

Maxwell

$$dU = Tds - pdV \rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial V}\right)_T - p$$

$$= T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$$

$\left(p = \frac{u}{3}\right)$

Orkuþéttleiki

$$\rightarrow u = \frac{1}{3}T\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_V - \frac{u}{3}$$

eða

$$4u = T\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_V \rightarrow 4\frac{dT}{T} = \frac{du}{u}$$

heildun

$$\rightarrow u = AT^4$$

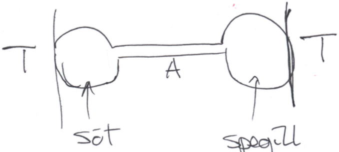
þar sem A er heildunarfasti með einingar $\frac{J}{K^4 m^3}$, en við getum ekki ákvarðað hann hér (kemur seinna)

$$\rightarrow F = \frac{1}{4} u c = \left(\frac{1}{4} A c\right) T^4 = \sigma T^4$$

<u>lögmál Stefan-Boltzmanns</u>, upprunalega var σ úr tilraunum

Við höfum orkuþéttleikan u, en viljum vita hvernig hann <u>deilist á rófið</u>

Tvö hol með mismunandi innri yfirborð



Jafnvægi $\rightarrow$ u er allstaðar eins óháð lögun, stærð og efni

$$u = \int u_\lambda \, d\lambda$$

jafnvel sía í punkti A breytir engu um jafnvægið

$$\rightarrow \quad u_\lambda^{\text{sót}}(T) = u_\lambda^{\text{spegill}}(T)$$

Lögmál Kirchhoffs

α_λ : ísogs hlutfall geislunar með λ

e_λ : geislunar hlutfall geislunar með λ

ytirborðs afl ísog á einingar flöt

$$\left\{\frac{1}{4} u_\lambda d\lambda \cdot c\right\} \alpha_\lambda$$

aflið geislað

$$e_\lambda d\lambda$$

í jafnvægi verður að gilda

$$\left\{\frac{1}{4} u_\lambda d\lambda \cdot c\right\} \alpha_\lambda = e_\lambda d\lambda$$

$$\boxed{\frac{e_\lambda}{\alpha_\lambda} = \frac{c}{4} u_\lambda}$$

sem er lögmál Kirchhoffs

hlutir með mikið ísog í λ er líka með mikla geislun þar

$\boxed{\text{Kjör svarthlutur er með } \alpha_\lambda = 1 \text{ fyrir öll } \lambda}$

svarthlutur er hol með veggi sem um gildir að $\alpha_\lambda = 1$ svarthlutirinn hefur lítið gat sem hægt er að mæla um

Jörð – sól   Mat á hitastigi

sólin geislar afli

$$\sigma T_{sól}^4 \cdot 4\pi R_{sól}^2 = L$$

ljósafl L

Ljósafl á jörð

fjarlægð milli sólar og jarðar

$$L\left(\frac{\pi R_{jörð}^2}{4\pi D^2}\right)$$

jafnvægi

$$L\left(\frac{\pi R_{jörð}^2}{4\pi D^2}\right) = 4\pi R_{jörð}^2 \cdot \sigma T_{jörð}^4$$

Ef jörðin hegðar sér sem svarthlutur

→ geislað ljósafl

$$4\pi R_{jörð}^2 \cdot \sigma T_{jörð}^4$$

$$\rightarrow \frac{T_{jörð}}{T_{sól}} = \sqrt{\frac{R_{sól}}{2D}}$$

$R_{sól} = 7 \cdot 10^8 m$, $D = 1.5 \cdot 10^{11} m$

$T_{sól} = 5800 K$

$\rightarrow T_{jörð} = 280 K$

fyrir svarthlutar geislun

Afli geislað á einingarflöt $F = \frac{1}{4} uc = \sigma T^4$

orku þéttni geislunar $u = \left(\frac{4\sigma}{c}\right) T^4$

þrýstingur á veggi hols $p = \frac{u}{3} = \frac{4\sigma T^4}{3c}$

---

fyrir geisla ljóss í eina stefnu | því fæst

skammtur geislans hefur skriðþunga

$n\hbar k = n\frac{\hbar\omega}{c}$ sem yfirborðið

tekur við á tíma $\frac{1\,m}{c}$

$\rightarrow p = n\frac{\hbar\omega}{c} / \left(\frac{1}{c}\right) = n\hbar\omega = u$

er með orku $n\hbar\omega$

$\rightarrow F = uc$

$F = uc = \sigma T^4$

$u = \left(\frac{\sigma}{c}\right) T^4$

$p = u = \frac{\sigma T^4}{c}$

Safneðlisfræði ljóseindagass

$$\omega = ck$$ ← tvístrunarsamband

möguleg ástandaþéttleiki...

$$g(k)dk = \frac{4\pi k^2 dk}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3}\cdot 2$$

$$V = L^3$$

$$\to g(k)dk = \frac{Vk^2dk}{\pi^2}$$

$$g(\omega) = g(k)\frac{dk}{d\omega} = \frac{g(k)}{c}$$

$$g(\omega)d\omega = \frac{V\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}$$

Hamiltonvirki kerfisins er virki hreintóna sveifils

$$H = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

$$\to U = \int_0^\infty d\omega\, g(\omega)\hbar\omega\left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega}-1}\right]$$

þessi liður hegðast $\to \infty$

Orka tómarúmsins

Endurstöðlum og setjum 0 !

$$U = \int_0^\infty d\omega \frac{g(\omega)\hbar\omega}{e^{\beta\hbar\omega}-1}$$

$$= \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3}\int_0^\infty \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\beta\hbar\omega}-1}$$

Setjum $x = \hbar\beta\omega$

$$U = \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3}\left(\frac{1}{\hbar\beta}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \left(\frac{V\pi^2 k_B^4}{15 c^3 \hbar^3}\right) T^4$$

$$u = \frac{U}{V} = A T^4$$

$$\rightarrow A = \frac{4\sigma}{c} = \frac{\pi^2 k_B^4}{15 c^3 \hbar^3}, \quad \sigma = \frac{\pi^2 k_B^4}{60 c^2 \hbar^3} = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

$$u = \frac{U}{V} = \int u_\omega d\omega$$

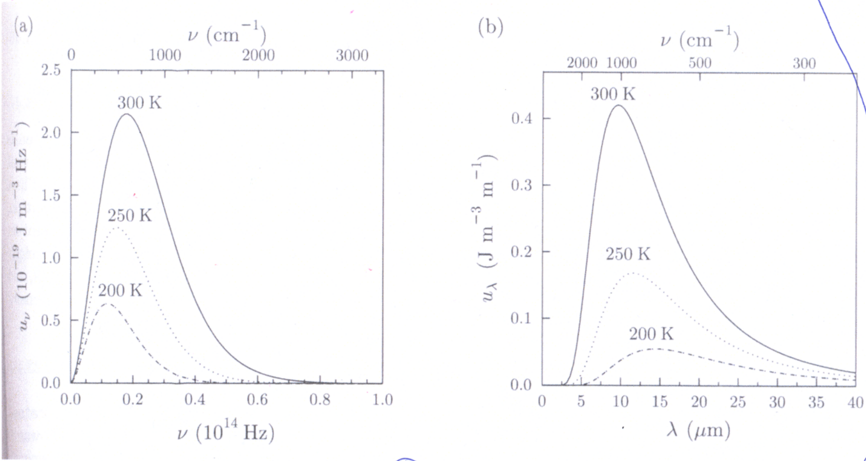
$$u_\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{\beta\hbar\omega} - 1}, \quad u_\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\beta h\nu} - 1}$$

$$u_\lambda = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\beta h c/\lambda} - 1}$$

þegar $\frac{h\nu}{k_B T} \ll 1 \;\to\; e^{\beta h\nu} \simeq 1 + \frac{h\nu}{k_B T}$

$$u_\nu \to \frac{8\pi k_B T \nu^2}{c^3} \,, \qquad u_\lambda \to \frac{8\pi k_B T}{\lambda^4}$$

Sígilda ljóseindagasið ekkert h



Rayleigh-Jeans lögmálið sem ekki segir til um hátíðnihegðun

$u = \int_0^\infty d\lambda\, u_\lambda \to \infty$ ef þessi nálgun er notuð

Geislunarljómi (radiance)

flæði geislunar á rúmhorn
á tíðni einingu

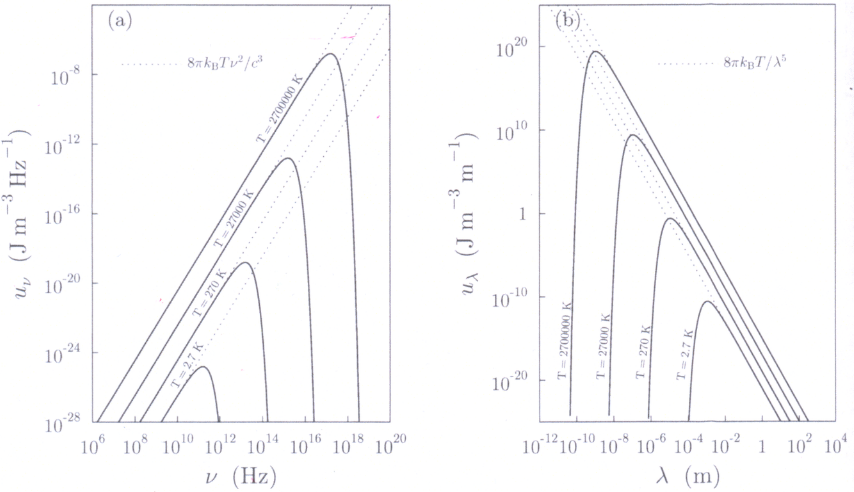
$$B_\nu(T) = \frac{c}{4\pi} u_\nu(T) = \frac{2h}{c^2}\frac{\nu^3}{e^{\beta h\nu}-1}$$

eining $\frac{W}{m^2\,Hz\,(sr)}$

og samskonar

$$B_\lambda(T) = \frac{c}{4\pi} u_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\beta hc/\lambda}-1}$$

eining $\frac{W}{m^2\,m\,(sr)}$



$$\frac{h\nu}{k_B T} = 2.8$$

$$\frac{hc}{\lambda k_B T} = 4.9\ldots$$

Lögmál Wien

$$\frac{du_\lambda}{d\lambda} = 0$$

$$\frac{\beta hc}{\lambda_{max}} = \text{fasti}$$

$$\lambda_{max} T = \text{fasti}$$

$c = \nu\lambda$

$\nu = c/\lambda$

$d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$

Örbylgjukliðurinn