Varmarýmd rafeinda

Sommerfeld líkan oft notað.
Hér er reynd einfaldari aðferð.

$$U(\tau) - U(0) = \Delta U$$

$$= \int_0^\infty d\varepsilon \; \varepsilon \, \mathcal{D}(\varepsilon) f(\varepsilon)$$

$$- \int_0^{\varepsilon_F} d\varepsilon \; \varepsilon \, \mathcal{D}(\varepsilon) \qquad (*)$$

N er óháð τ

$$\rightarrow N = \int_0^\infty d\varepsilon \, f(\varepsilon) \mathcal{D}(\varepsilon)$$

$$= \int_0^{E_F} d\varepsilon \, \mathcal{D}(\varepsilon)$$

Margföldum með ε_F og skiptum heildinni í tvennt

$$\left\{ \int_0^{E_F} + \int_{E_F}^\infty \right\} d\varepsilon \; \varepsilon_F \, f(\varepsilon) \mathcal{D}(\varepsilon) = \int_0^{E_F} d\varepsilon \, \varepsilon_F \mathcal{D}(\varepsilon)$$

Notum með $(*)$

$$\Delta U = \underbrace{\int_{E_F}^\infty d\varepsilon (\varepsilon - \varepsilon_F) f(\varepsilon) \mathcal{D}(\varepsilon)}_{} + \underbrace{\int_0^{E_F} d\varepsilon (\varepsilon_F - \varepsilon) \{1 - f(\varepsilon)\} \mathcal{D}(\varepsilon)}_{} \qquad (**)$$

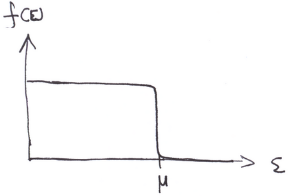
Orka ástanda með $\varepsilon > \varepsilon_F$
fyllt: f

Orka ástanda með $\varepsilon < \varepsilon_F$
tóm: $(1-f)$

Til að breyta orku í kerfinu get ég bætt við ástöndum með $\varepsilon > \varepsilon_F$ eða tæmt ástönd með $\varepsilon < \varepsilon_F$

í 3D málmum er

$$\frac{\epsilon_F}{k_F} \sim 30-80 \cdot 10^3 K$$



Kulgas við herbergishita

Í (**) er aðeins $f(\epsilon)$ háð τ, tökum þá liði saman

$$C_{el} = \frac{dU}{d\tau} = \frac{d\Delta U}{d\tau} = \int_0^\infty d\epsilon\, (\epsilon-\epsilon_F)\frac{df(\epsilon)}{d\tau}\mathcal{D}(\epsilon)$$

Fyrir $\frac{\tau}{\epsilon_F} << 0.01$ er

$\frac{df}{d\tau}$ aðeins endanlegt fyrir $\epsilon \sim \epsilon_F$

$$\to C_{el} \simeq \mathcal{D}(\epsilon_F)\int_0^\infty d\epsilon\, (\epsilon-\epsilon_F)\frac{df(\epsilon)}{d\tau}$$

fyrir $\tau \sim 0$ $\quad \mu \simeq \epsilon_F$

$$\frac{df}{d\tau} \simeq \frac{\epsilon-\epsilon_F}{\tau^2}\,\frac{e^{\frac{\epsilon-\epsilon_F}{\tau}}}{\left\{e^{\frac{\epsilon-\epsilon_F}{\tau}}+1\right\}^2}$$

breytuskipti

$$x = \frac{\epsilon-\epsilon_F}{\tau}$$

$$C_{el} \approx \tau \mathcal{D}(\varepsilon_F) \int_{-\varepsilon_F/\tau}^{\infty} dx \frac{x^2 e^x}{(e^x+1)^2} \simeq \tau \mathcal{D}(\varepsilon_F) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx\, x^2 e^x}{(e^x+1)^2}$$

$$\boxed{C_{el} = \frac{\pi^2}{3} \mathcal{D}(\varepsilon_F)\tau}$$

Áður sást að

$$\mathcal{D}(\varepsilon_F) = \frac{3N}{2\varepsilon_F} = \frac{3N}{2\tau_F}$$

$$\boxed{C_{el} = \frac{\pi^2}{2} N \frac{\tau}{\tau_F}}$$

varmarýmd rafeinda (kulgas) er hverfandi við lágt hitastig og vex línulega með vaxandi τ

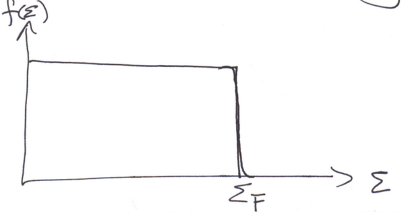
Munum að fyrir $\tau \ll \tau_F$ er gasið kulgas

— || — $\tau \gg \tau_F$ — || — hlýgas

Þessi línulegi vöxtur C_{el} finnst aðeins við lágt hitastig, ofar tekur grindin við með hljóðeindum og T^3 vexti

Hár þéttleiki leiðnirafeinda í málmum $\rightarrow \tau_F >> \tau_{room}$

Rafeindakerfið er kulgas



Aðeins rafeindirnar nærri Σ_F geta tekið þátt í lágorku árekstrum vegna örvunar eða annarra rafeinda

Fyrir rafeindir með $\Sigma < \Sigma_F$ eru ekki til lokaástönd fyrir árekstur inn $\rightarrow$ gerist ekki

Líkan frjálsra rafeinda verkar því mjög vel fyrir leiðnirafeindir í málmi !!

Fermi vökvi

$$\boxed{\text{Hár þéttleiki} \longrightarrow U_{kin} >> U_{Interaction}}$$

andstætt klassískum hugmyndum

Þéttleiki fermieinda kerfa segir til um ε_F, τ_F

		T_F [K]		
^{3}He vökvi		0.3		
Málmur	rafeindir	$5 \cdot 10^4$		
Hvíturdvergur	rafeindir	$3 \cdot 10^9$		
Kjarni	kjarneindir	$3 \cdot 10^{11}$	$\longrightarrow$	27 MeV
Nifteindastjarna	Nift	$3 \cdot 10^{12}$		

Bose-eindir

Bose-einda þétting, "He-vökvi, Atómgildrur fyrir þungatóm, örveindir, skammteindir, ...

fyrir neðan visst hitastig T_c sest setjast stórsær hluti eindanna allar í grunnástandið

"Öll önnur ástönd eru aðeins setin af litlum hluta miklu minni en hitastigið gæfi til kynna

-> þéttan er stórsætt skammtafyrirbæri, með ýmsa skrítna eiginleika, ofurflæði, ekki hægt að snúa, hvirflar, ...

Efnamætti fyrir $\tau \sim 0$

N óvixlverkandi bóseindir

Lægsta orku ástandið $\varepsilon = 0$ (svigrúm)

$$f(\varepsilon,\tau) = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{\tau}} - 1}$$

Setni lægsta stigsins

$$f(0,\tau) = \frac{1}{e^{-\frac{\mu}{\tau}} - 1}$$

fyrir $\tau \to 0$

búumst ~~við~~ við

$$\lim_{\tau\to 0} f(0,\tau) = N$$

$$\simeq \lim_{\tau\to 0} \frac{1}{e^{-\frac{\mu}{\tau}} - 1}$$

$$\simeq \frac{1}{1 - \frac{\mu}{\tau} + \cdots - 1} \simeq -\frac{\tau}{\mu}$$

$$\boxed{N = -\frac{\tau}{\mu}, \quad \mu = -\frac{\tau}{N}}$$

$$\lambda = e^{\frac{\mu}{\tau}} \simeq 1 - \frac{1}{N}$$

$$f(\varepsilon_i, \tau) = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_i - \mu}{\tau}} - 1}$$

Sathi $\quad 0 \leq f(\varepsilon_i, \tau)$

$$\rightarrow \quad e^{\frac{\varepsilon_i - \mu}{\tau}} > 1$$

$$\rightarrow \quad \frac{\varepsilon_i - \mu}{\tau} > 0$$

$$\rightarrow \quad \varepsilon_i > \mu$$

fyrir öll svigrúm ε_i

Efnamættið í bóseinda-kerfi er alltaf lægra en grunnástandið

Sathi sem fall af τ

frjálsar eindir spuni 0, 3D

$$\mathcal{D}(\varepsilon) = \frac{V}{4\pi^2}\left(\frac{2M}{\hbar^2}\right)^{3/2}\sqrt{\varepsilon}$$

$$N = \sum_n f_n = N_0(\tau) + N_e(\tau)$$

í grunnástandinu með $\varepsilon = 0$

öll önnur ástönd, örvuð ástönd

$$= N_0(\tau) + \int_0^\infty d\varepsilon\, \mathcal{D}(\varepsilon)\, f(\varepsilon, \tau)$$

$\mathcal{D}(0) = 0$, telur einungis örvuð ástönd

N_0 : Fjöldi einda í þéttu

N_e : normal fasi, ...

$$N_0(\tau) = \frac{1}{\lambda^{-1} - 1}$$

$$N_e(\tau) = \frac{V}{4\pi^2}\left(\frac{2M}{\hbar^2}\right)^{3/2}\int_0^\infty d\varepsilon \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\lambda^{-1}e^{\frac{\varepsilon}{\tau}} - 1}$$

$$= \frac{V}{4\pi^2}\left(\frac{2M}{\hbar^2}\right)^{3/2} \tau^{3/2}\int_0^\infty \frac{dx\sqrt{x}}{\lambda^{-1}e^{x} - 1}$$

hvernig $N_e(\tau)$ er háð τ fyrir lágt hitastig

Við lágt hitastig er

$$\lambda = 1 - \frac{1}{N} \sim 1$$

(skilyrðið er að $N_0 >> 1$
en ekki $N_e << N$)

Setjum $N \sim 1$

$$\rightarrow N_e = \frac{1.306 V}{4}\left(\frac{2M\tau}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$

$$= 2.612\, n_Q V$$

$$\frac{N_e}{N} = 2.612 \frac{n_Q}{n}$$

Einstein hitastig fyrir þéttingu

τ_E er hitastigið þegar

$$N_e(\tau_E) = N$$

fyrir $\tau > \tau_E$ er setni grunnástandsins hverfandi

fyrir $\tau < \tau_E$ er setni grunnástandsins veruleg

$$\boxed{\tau_E = \frac{2\pi\hbar^2}{M}\left(\frac{N}{2.612V}\right)^{2/3}}$$

þetta má taka saman sem

$$\frac{N_e}{N} \simeq \left(\frac{\tau}{\tau_E}\right)^{3/2}$$

$$N_0 = N - N_e = N\left\{1 - \left(\frac{\tau}{\tau_E}\right)^{3/2}\right\}$$