Kjörgas

Óvixlverkandi atóm eða sameindir með lágan þéttleika

þekkjum eindir ver ekki í sundur

$$\rightarrow \left|\Psi(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \ldots \bar{r}_i, \ldots \bar{r}_j, \ldots \bar{r}_N)\right|^2$$

$$= \left|\Psi(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \ldots \bar{r}_j, \ldots \bar{r}_i, \ldots \bar{r}_N)\right|^2$$

Tveir möguleikar í 3-víddum sem uppfylla lágmarks kröfur eðlisfræðinnar um samhverfur og orsakatengsl

$$\Psi(\ldots \bar{r}_i \ldots \bar{r}_j \ldots) = \pm \Psi(\ldots \bar{r}_j \ldots \bar{r}_i \ldots)$$

+ Bóseindir með heiltöluspuna

− Fermieindir með hálftöluspuna

fyrir óvixlverkandi eindir má setja fjöleindabylgjufallið saman úr einnar eindar bylgjuföllum (svigrúmum)

$$\Psi^F_{n_1 \ldots n_N}(\bar{r}_1 \ldots \bar{r}_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \det \begin{pmatrix} \phi_{n_1}(\bar{r}_1) \cdots & \phi_{n_1}(\bar{r}_N) \\ \vdots & \\ \phi_{n_N}(\bar{r}_1) \cdots & \phi_{n_N}(\bar{r}_N) \end{pmatrix}$$

(Slater ákveða)

alls uppröðanir

$$\Psi^B_{n_1 \cdots n_N}(\vec{r}_1 \cdots \vec{r}_N) = \mathrm{Norm} \sum_{\{\mathrm{perm}\}} \mathrm{Perm}\left[\phi_{n_1}(\vec{r}_1) \cdots\cdots \phi_{n_N}(\vec{r}_N)\right]$$

(Með víxlverkun þarf að summa yfir allar slater ákveður eða allar mögulegar uppröðanir)

Við einföldum aðeins myndina

Bóseindir : Öll svigrúmin (einnar eindar ástöndin) geta verið setin af heiltölu fjölda einda $\{0, 1, 2, 3, \ldots\ldots N\}$

Fermíeindir : Hvert svigrúm ber aðeins 0 eða 1 eind $\{0, 1\}$

einsetulögmál Paulis

Meðaltal setni viss svigrúms þarf ekki að vera heiltala

Táknum meðaltal setni svigrúms með $f(\varepsilon, \tau, \mu)$

Stórakörsumman (Gibbssumman) er því mismunandi fyrir Bóse og Fermi eindir

→ mismunandi setni svigrúma $f(\varepsilon, \tau, \mu)$

Ef $f \ll 1$ fyrir öll svigrúmin þá verða Bóse og Fermi eindir „eins" og við erum á sígildu stikasvæðinu

← getur gerst við hátt hitastig . . . .

Fermidreifing

Eitt ástand (svigrúm) varma og eindatengt við geymi

með orku ε ef setið
annars 0

$$\mathcal{Z}(\mu,\tau) = \sum_N \sum_s \lambda^N e^{-\frac{\varepsilon_s}{\tau}}$$

$$= \underbrace{1}_{N=0} + \underbrace{\lambda e^{-\frac{\varepsilon}{\tau}}}_{N=1}$$

$$\lambda = e^{\frac{\mu}{\tau}}$$

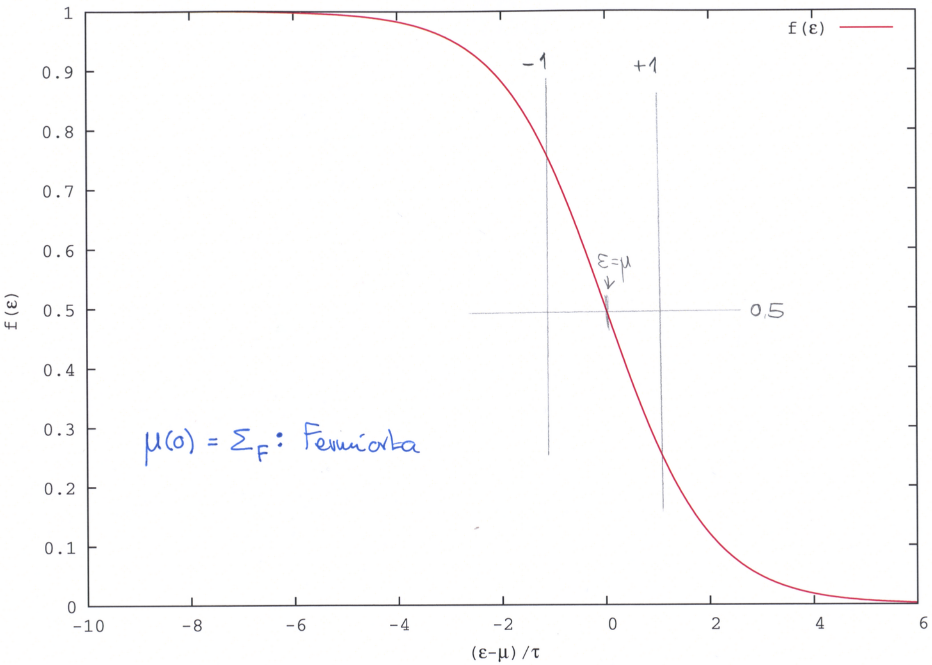
Meðal fjöldi einda (meðalsetni)

$$\langle N(\varepsilon)\rangle = \frac{\lambda e^{-\frac{\varepsilon}{\tau}}}{1+\lambda e^{-\frac{\varepsilon}{\tau}}} = \frac{1}{\lambda^{-1}e^{\frac{\varepsilon}{\tau}}+1}$$

$$\equiv f(\varepsilon)$$ meðalsetni Fermidreifing

eða

$$\boxed{f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp\left\{\frac{(\varepsilon-\mu)}{\tau}\right\}+1}}$$


f (ε)
-1
+1
ε=μ
0.5
μ(0) = ε_F : Fermikante
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
f (ε)
(ε-μ) /τ

Bósedreifing

Eitt svigrúm með heiltölu fjölda einda

Orkan er $N\varepsilon$

$$\rightarrow \mathcal{Z} = \sum_{N=0}^{\infty} \lambda^N e^{-\frac{N\varepsilon}{\tau}}$$

$$= \sum_{N=0}^{\infty} \left\{ \lambda e^{-\frac{\varepsilon}{\tau}} \right\}^N$$

$$= \frac{1}{1-\lambda e^{-\frac{\varepsilon}{\tau}}}$$

ef $\lambda e^{-\frac{\varepsilon}{\tau}} < 1$

$$f(\varepsilon) = \lambda \frac{\partial}{\partial \lambda} \ln \mathcal{Z}$$

$$= \frac{1}{\lambda^{-1} e^{\frac{\varepsilon}{\tau}} - 1}$$

$$\rightarrow \boxed{f(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{\tau}} - 1}}$$

Bóse dreifing

(7)

Sigilda stikasvæðið

þegar $f(\varepsilon) \ll 1$

eða þ. $\exp\left\{\frac{(\varepsilon-\mu)}{\tau}\right\} \gg 1$

$\rightarrow \boxed{f(\varepsilon) \simeq \lambda e^{-\frac{\varepsilon}{\tau}}}$

fyrir bæði Fermi-Dirac og Bose-Einstein

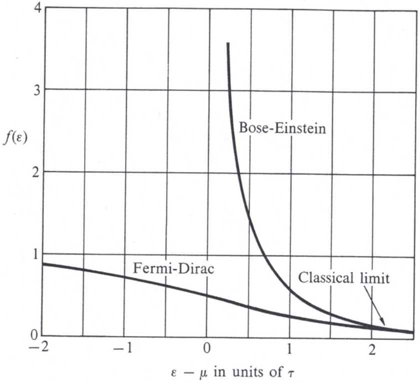


Figure 6.6 Comparison of Bose-Einstein and Fermi-Dirac distribution functions. The classical regime is attained for $(\varepsilon - \mu) \gg \tau$, where the two distributions become nearly identical. We shall see in Chapter 7 that in the degenerate regime at low temperature the chemical potential μ for a FD distribution is positive, and changes to negative at high temperature.