Efnamætti og líkindi Gibbs

Ætlum að tengja tvö kerfi þ.a. bæði varmi og eindir geti flust milli þeirra

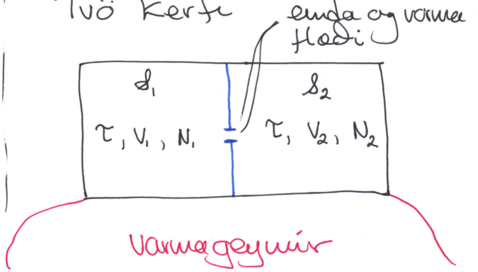
Varmatengd kerfi voru í jafnvægi þegar hitastig þeirra var jafnt.

Við munum finna að eindaflæði milli kerfanna kemst í jafnvægi þegar efnamætti þeirra verður jafnt

Venjulega er efnamættið fundið með notkun á margföldurum Lagrange þegar hámark óreiðunnar/τ er fundið

Hér verður notuð einfaldari aðferð

Tvö kerfi



Jafnvægi næst núna fyrir heildarkerfið $\mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$

þegar

$$F = F_1 + F_2 = U_1 + U_2 - \tau(\sigma_1 + \sigma_2)$$

tekur lágmark með

$$N = N_1 + N_2 = \text{fasti}\ , \quad \delta N = 0$$

$$\to \delta N_1 = -\delta N_2$$

$$dF = \left(\frac{\partial F_1}{\partial N_1}\right)_{\tau V_1} dN_1 + \left(\frac{\partial F_2}{\partial N_2}\right)_{\tau V_2} dN_2 = 0$$

$$= \left[\left(\frac{\partial F_1}{\partial N_1}\right)_{\tau V_1} - \left(\frac{\partial F_2}{\partial N_2}\right)_{\tau V_2} \right] dN_1 = 0$$

Eindir flæða frá háu til lágs efnamættis

$$\to \left(\frac{\partial F_1}{\partial N_1}\right)_{\tau V_1} = \left(\frac{\partial F_2}{\partial N_2}\right)_{\tau V_2}$$

í jafnvægi

Skilgreinum efnamætti

$$\boxed{\mu(\tau, V, N) \equiv \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{\tau, V}}$$

Þá er jafnvægisskilyrðið

$$\boxed{\mu_1 = \mu_2}$$

Orka og eindafjöldi í $\mathcal{S}_1$ og $\mathcal{S}_2$ flökkfir

Í bók á síðum 120-121 er sýnt að efnamætti kjörgass sé

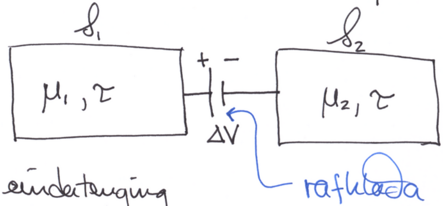
$$\boxed{\mu = \tau \ln\left(\frac{n}{n_Q}\right)}$$

Efnamætti kjörgassins er því neikvætt þ.s. það er skilgreint á klassíska sviðinu

$$n \ll n_Q$$

Innra- og heildar efnamætti

Jákvætt hlaðnar eindir $q > 0$



Ekki eindatenging

Gerum ráð fyrir $\mu_2 > \mu_1$
án rafhlöðu

↳ $\Delta\mu_i = \mu_2 - \mu_1$

Nú lyftum við stöðuorku hverrar eindar í $\mathcal{S}_1$ með rafhlöðunni um

$$q\Delta V = q(V_2 - V_1) = \Delta\mu_i$$

og setjum jafnt

Við höfum breytt stöðuorku eindanna í S_1 og efnamætti þeirra þ.a.

$$\mu_2^f = \mu_1^f$$

$$\boxed{\text{Efnamætti er jafngilt stöðuorku}}$$

Hér hefðum við eins getað fjallað um óhlaðnar eindir í þyngdarmætti

Fyrir S_1 er

$$\mu = \mu_{tot} = \mu_{ext} + \mu_{int}$$

ytra   innra

gæti verið raf-, segul-, þyngdar- ....

fyrir rafkerfið er μ_{tot} oft kallað rafefnamættið

Dæmi Lofthjúpur úr kjörgasi

Lárétt lög við fast hitastig

Lögin (undirkerfin skiptast á varma og eindum)

Mjög gróft líkan!

Kjörgas

$\hookrightarrow \mu = \tau \ln\left(\frac{n}{n_Q}\right) + Mgh$

$\underbrace{\tau \ln\left(\frac{n}{n_Q}\right)}_{\text{innra}} + \underbrace{Mgh}_{\text{ytra}}$

$$h_c = \frac{\tau}{Mg}$$

jafnvægi $\longrightarrow \mu = \text{fasti}$

$$\tau \ln\left(\frac{n(h)}{n_Q}\right) + Mgh = \tau \ln\left(\frac{n(0)}{n_Q}\right)$$

$$\hookrightarrow n(h) = n(0)\, e^{-\frac{Mgh}{\tau}}$$

Kjörgas $\longrightarrow pV = N\tau$

eða $p = \left(\frac{N}{V}\right)\tau$

$= n\tau$

því fæst

$$p(h) = p(0)\, e^{-\frac{Mgh}{\tau}}$$

$$= p(0)\, e^{-\frac{h}{h_c}}$$

Kittel og Krömer

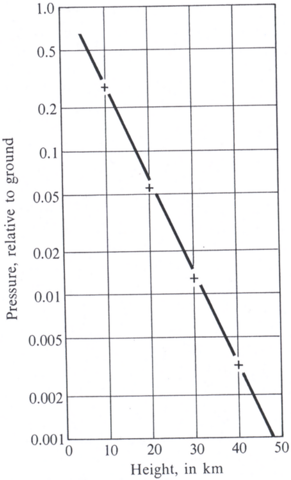


Figure 5.5 Decrease of atmospheric pressure with altitude. The crosses represent the average atmosphere as sampled on rocket flights. The connecting straight line has a slope corresponding to a temperature $T = 227$ K.