Stefan-Boltzmann

$$\frac{U}{V} = \frac{\pi^2}{15\hbar^3 c^3}\tau^4$$

Því má finna óreiðu varmageislunar.

Aljafnan:

$$\tau\, d\sigma = dU + p\, dV$$

fast rúmmál

$$\rightarrow d\sigma = \frac{dU}{\tau}$$

$$\rightarrow \sigma(\tau) = \left(\frac{4\pi^2 V}{45}\right)\left(\frac{\tau}{\hbar c}\right)^3 + 0$$

→ $\boxed{\text{ferli með fastri óreiðu} \quad V\tau^3 = \text{fasti}}$

Orkuflæðisþéttleiki varmageislunar er

$$J_U = \sigma_B T^4$$

$$\sigma_B = \frac{\pi^2 k_B^4}{60\hbar^3 c^2}$$

(frá svarthluti)

flæði orku frá fleti
óháð efni, skilgreining á svarthlut

Geislun og ísog

Hlutur er svartur ef hann drekkur í sig alla orku geisla

→ gat á holi er svart ef inngeislun kemst ekki aftur út.

J_u frá svörtum fleti við τ er sama og tað geislað frá gati í svartholi

Ekki svartur hlutur við τ sígur í sig a-lutfall geislunar sum lendir á honum

$$a = \frac{\text{ísog ekki svarts lutar}}{\text{ísog svart lutar}}$$

$$e = \frac{\text{geislun ekki svarts lutar}}{\text{geislun svarts lutar}}$$

Regla Kirchhoffs

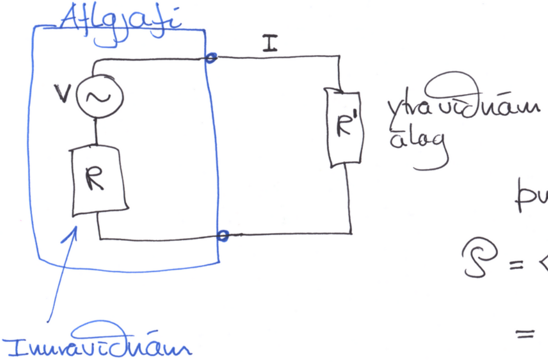
$$a = e \qquad (a(\omega) = e(\omega))$$

(Annars væri ekki javnvægi)

↳ fullkomin spegill geislar ekki

Rafsuð

Rafrás með aflgjafa, innraviðnámi og ytra



straumur

$$I = \frac{V}{R+R'}$$

því er meðalaflið í álaginu R'

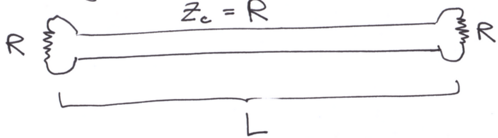
$$P = \langle I^2 \rangle R'$$

$$= \frac{\langle V^2 \rangle R'}{(R'+R)^2}$$

sem hámarkar afltapið í R'
þegar $R' = R$

samstilling = matching

flutningslína



samstilling → ekkert endurkast við álags-, eða enda viðnámin

Einvítt kerfi, $2n$ ljóseinda hættir (tvær áttir) með tíðni

$$\omega_n = 2\pi f_n = \frac{2n\pi c'}{L}$$

c í efni

→ á tíðnibilinu

$$\delta f = \frac{c'}{L}$$

eru tveir hættir

Hver háttur er með orku

$$\frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/\tau} - 1}$$

sígild rás → $\hbar\omega \ll \tau$

þá er markgildið τ

Á tíðnibilinu Δf er fjöldi hátta

$$\frac{\Delta f}{\delta f}$$

og orkan í þeim er því

$$2\tau\frac{\Delta f}{\delta f} = 2\tau\frac{\Delta f}{c'}L$$

Aflið inn í álags viðnámið er því

$$\tau\Delta f$$

á öðrum endanum

$$\rightarrow \mathcal{P} = \langle I^2 \rangle R = \tau \Delta f$$

en í samstillingu

$$I = \frac{V}{R+R}$$

$$\rightarrow 2IR = V$$

$$\rightarrow \langle I^2 \rangle R = \tau \Delta f$$

$$4 \langle I^2 \rangle R^2 = 4R\tau\Delta f$$

$$\rightarrow \boxed{\langle V^2 \rangle = 4R\tau\Delta f}$$

suðmæling á bili Δf gefur hitastig kerfisins

Hljóðeindir

Líkan Debyes

* sveiflur atóma í kristallsgrind eru skammtaðar

* 3N - sveifluhættir (endanlega margir)

  Ekki til sveifluhættir með fínni strúktúr en grindin leyfir

* Gerum ráð fyrir hljóðhraða v
* Lýst sem hreintóna bylgjum
* 3-skautanir, vigursvið

  1 langs + 2 þvers

Meðal fjöldi hljóðeinda í sveifluhætti með ω

$$\langle s(\omega)\rangle = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{\tau}} - 1}$$

Unnið á sama hátt og fyrir ljóseindirnar

$$\sum_n (\ldots) = \frac{3}{8}\int 4\pi n^2 dn \, (\ldots)$$

en núna

$$\frac{3}{8}\int_0^{n_{max}} 4\pi n^2 dn = 3N$$

Setjum $n_D \equiv n_{max}$

$$\frac{3}{8}\,\frac{4\pi}{3} n_D^3 = \frac{1}{2}\pi n_D^3 = 3N$$

$$\rightarrow n_D = \left(\frac{6N}{\pi}\right)^{1/3}$$

Orka hljóðeindanna er

$$U = \sum \langle \varepsilon_n \rangle = \sum \langle s_n \rangle \hbar\omega_n$$

$$= \sum_{n=1}^{n_D} \frac{\hbar\omega_n}{e^{\hbar\omega_n/\tau} - 1}$$

eða

$$U = \frac{3\pi}{2}\int_0^{n_D} dn\, n^2 \frac{\hbar\omega_n}{e^{\frac{\hbar\omega_n}{\tau}} - 1}$$

og eins og áður

$$U = \left(\frac{3\pi^2\hbar v}{2L}\right)\left(\frac{\tau L}{\pi\hbar v}\right)^4 \int_0^{x_D} \frac{dx\, x^3}{e^x - 1} \qquad x = \frac{\pi\hbar v n}{L\tau}$$

og

$$x_D = \frac{\pi\hbar v n_D}{L\tau} = \hbar v\left(\frac{6\pi^2 N}{V}\right)^{1/3}\frac{1}{\tau} = \frac{k_B\theta}{\tau} = \frac{\theta}{T}$$

með hitastig Debyes

$$\theta = \left(\frac{\hbar v}{k_B}\right)\left(\frac{6\pi^2 N}{V}\right)^{1/3}$$

Við höfum sérstakan áhuga á eiginleikum kerfisins við lágan hita

$$T \ll \theta$$

nálgum heildið með

$$\int_0^\infty \frac{dx\, x^3}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$\rightarrow U(T) \simeq \frac{3\pi^4 N \tau^4}{5(k_B\theta)^3} = \frac{3\pi^4 N k_B T^4}{5\theta^3}$$

$$\rightarrow C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial \tau}\right)_V = \frac{12\pi^4 N}{5}\left(\frac{\tau}{k_B\theta}\right)^3$$

eða

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = \frac{12\pi^4 N k_B}{5}\left(\frac{T}{\theta}\right)^3$$

Varmarýmdin vex sem T^3 fyrir lágt hitastig

$\uparrow$

eiginleiki bóseinda, hljóðeinda

Rafeindir eru Fermieindir og þar hafa aðra hegðun

Þessi T^3 hegðun
sést í föstum
föstum efnum sem
eru ekki með frjálsar
rafeindir

Þessar niðurstöður eru
háðar vídd kerfisins!

Kittel og Krömer

Frá vik í málmum við
mjög lágt hitastig

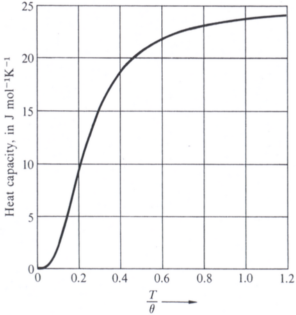


Figure 4.11 Heat capacity C_V of a solid, according to the Debye approximation. The vertical scale is in J mol^{-1} K^{-1}. The horizontal scale is the temperature normalized to the Debye temperature θ. The region of the T^3 law is below 0.1θ. The asymptotic value at high values of T/θ is 24.943 J mol^{-1} K^{-1}.

(10)

Kittel og Krömer

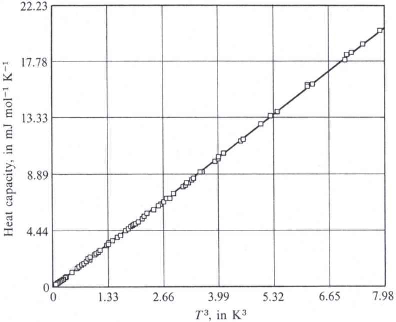


Figure 4.10 Low temperature heat capacity of solid argon, plotted against T^3 to show the excellent agreement with the Debye T^3 law. The value of θ from these data is 92 K. Courtesy of L. Finegold and N. E. Phillips.

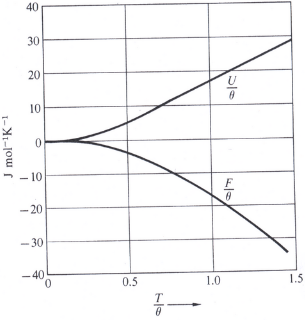


Figure 4.12 Energy U and free energy $F \equiv U - \tau\sigma$ of a solid, according to the Debye theory. The Debye temperature of the solid is θ.

Kittel og Krömer

Table 4.1 Debye temperature θ_0 in K

Li 344	Be 1440											B	C 2230	N	O	F	Ne 75
Na 158	Mg 400											Al 428	Si 645	P	S	Cl	Ar 92
K 91	Ca 230	Sc 360	Ti 420	V 380	Cr 630	Mn 410	Fe 470	Co 445	Ni 450	Cu 343	Zn 327	Ga 320	Ge 374	As 282	Se 90	Br	Kr 72
Rb 56	Sr 147	Y 280	Zr 291	Nb 275	Mo 450	Tc	Ru 600	Rh 480	Pd 274	Ag 225	Cd 209	In 108	Sn *w* 200	Sb 211	Te 153	I	Xe 64
Cs 38	Ba 110	Laβ 142	Hf 252	Ta 240	W 400	Re 430	Os 500	Ir 420	Pt 240	Au 165	Hg 71.9	Tl 78.5	Pb 105	Bi 119	Po	At	Rn
Fr	Ra	Ac															

Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd 200	Tb	Dy 210	Ho	Er	Tm	Yb 120	Lu 210
Th 163	Pa	U 207	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr

NOTE: The subscript zero on the θ denotes the low temperature limit of the experimental values.