Orka – varmafræði – 1. lögmálið

Kerfi í jafnvægi $\longleftrightarrow$ ástandsföll – breytur

breytast ekki í tíma, eru óháðar sögu kerfisins

t.d. V, p, T, U

Ekki ástandsbreytur eru t.d.

heildar vinnan á kerfið, w

heildar varmi settur í það, Q ..

Ástandsfall $\quad f(\bar{x})$, $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots)$

Hugsum okkur breytingu $\bar{x}_i \longrightarrow \bar{x}_f$

þá er $\Delta f = \int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}_f} df = f(\bar{x}_f) - f(\bar{x}_i)$

aðeins háð $\bar{x}_i$ og $\bar{x}_f$, ekki leið

→ df er nákvæm afleiða

Ástandsbreytur tengjast alltaf nákvæmum afleiðum

Breytur sem ekki eru ástandsbreytur, eins og W og Q, er ekki hægt að tákna með nákvæmri afleiðu

Til að komast úr stórsæja ástandinu (i) í (f) er hægt að velja mismunandi W og Q. Upplýsingar um (i) og (f) segja ekkert um W og Q, eða leiðina....

Fyrsta lögmál varmafræðinnar

Orka er varðveitt, varmi og vinna eru orka

Innri orkan U er ástandsbreyta með fast gildi fyrir hvert jafnvægis ástand (stórsett)

U má breyta með mismunandi hlutfalli varma og vinnu

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

vinnan framkvæmd á kerfinu

varminn inn í kerfið

Í varmaeinangruðu kerfi væri $\Delta Q = 0$

$\rightarrow \Delta U = \Delta W$

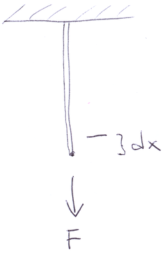
Á afleiðu formi er orku varðveislan

„ónákvæmar" afleiður

$$\boxed{dU = đQ + đW}$$

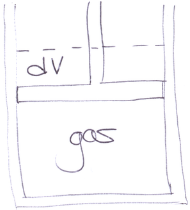
nákvæm afleiða

Dæmi um vinnu



Teygt á vír

$$đW = F\,dx$$



Bulla í strokki

$$đW = -p\,dV$$

vinna á gasið jákvæð þ.
$dV < 0$

Í báðum kerfum eru jöfnurnar aðeins réttar fyrir mjög varkárlega gerða hreyfingu

þær lýsa aðeins jafngengum (reversible) ferlum. (Ekki höggbylgjum, togum, viðnámi....)

Varmarýmd

Lýsum kerfi þar sem $U = U(T,V)$

$$\rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

og 1. lögmálið

$$dU = đQ + đW = đQ - p\,dV$$

$$\rightarrow đQ = dU + p\,dV$$

og

$$\boxed{\begin{aligned} đQ &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + p\,dV \\ &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left\{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right\} dV \end{aligned}}$$

sem gildir fyrir hvaða breytingu á T og V sem er en viljum kanna hvaða varma þarf að bæta við til að breyta T undir einhverjum skorðum t.d.

$$C_V = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V$$

fast rúmmál

$$\rightarrow \quad C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

eða

$$C_p = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p$$

fastan þrýsting

$$= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left\{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right\}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$\rightarrow \quad C_p - C_V = \left\{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right\}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

Munum eftir

$$c_V = \frac{C_V}{M}$$

$$c_p = \frac{C_p}{M}$$

Dæmi, varmarýmd einsatóma kjörgass

Innri orkan er aðeins vegna hreyfiorku

$$U = \frac{3}{2} RT \quad \text{á mól} \qquad R = N_A k_B$$

Fyrir 1 mól kjörgass er ástandsjafnan

$$pV = RT \longrightarrow V = \frac{RT}{p} \longrightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{p}$$

$$U = U(T) \longrightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$$

$$C_p - C_v = \left\{\underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T}_{0} + p\right\}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = R$$

$$U = \frac{3}{2}RT$$

$$\longrightarrow C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = \frac{3}{2}R$$

$$C_p = C_v + R = \frac{5}{2}R$$

á mól

Almennt er

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

$$= C_v\, dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

Aðeins fyrir kjörgas

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$$

og því

$$dU = C_v\, dT$$

Skilgreinum
$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$
óvermis stikinn

fyrir ein atóma kjörgasið
$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} = \frac{5}{3}$$