

## 09.21.52 Safneðlisfræði

Mánudaginn 10. desember 2001, kl. 9-12.

**Leyfileg hjálpargögn eru: Vasatölva, kennslubók og stærðfræðihandbækur.**

1. Hálfspunalíkani Isings í ytra segulsviði  $B$  er lýst með Hamilton-virkjanum

$$\mathcal{H} = -J \sum_{ij} \sigma_i \sigma_j - \mu B \sum_i \sigma_i, \quad \sigma_i = \pm 1.$$

Athugum eiginleika líkansins samkvæmt meðalsviðsnálgun.

- Finnið sjálfssamkvæma jöfnu fyrir meðalspunann  $\langle \sigma \rangle$ .
  - Hvert er segulviðtakið  $\chi$  á spuna? Æskilegt er að tákna það við  $t = (T - T_c)/T_c$ , þar sem  $T_c$  er markhitastigið samkvæmt meðalsviðsnálguninni.
  - Reiknið segulviðtakið á spuna fyrir  $t > 0$ .
  - Hvernig verður  $\langle \sigma \rangle$  í fyrsta liðnum hér á undan fyrir samskonar líkan fyrir einingarspuna með  $\sigma = 0, \pm 1$ ?
2. Sannið að mótseglun sé ekki til samkvæmt sígildri eðlisfræði. Eftirfarandi er gott að hafa til hliðsjónar:

- Ef  $\mathcal{H}(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N; \mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N)$  er virki Hamiltons fyrir hlaðnar eindir án segulsviðs, þá er  $\mathcal{H}(\mathbf{p}_1 - (e/c)\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{p}_N - (e/c)\mathbf{A}_N; \mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N)$  virki Hamiltons fyrir sömu eindir í ytra segulsviðinu  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ , þar sem  $\mathbf{A}_i = \mathbf{A}(\mathbf{q}_i)$ .

Lýsið með orðum hvers vegna mótseglun finnst þegar skammtafræðilegri lýsingu er beitt á kerfið.

3. Orkuna  $\epsilon$  þarf til þess að kljúfa tvíatóma sameind í frumeindir sínar. Gerum ráð fyrir að sameindin og frumeindir hennar hafi hverfandi víxlverkun sín á milli. Reiknið fjölda óklofinna sameinda í gasi  $N$  sameinda þegar  $KT \gg \epsilon$ . Hér gerum við ráð fyrir að ekki þurfi að taka tillit til titrings- og snúning-sorku sameindanna.
4. Hreyfiorku frjálsra einvíðra fermíeinda er lýst með sambandinu  $\epsilon = p^2/(2m)$ .
  - Finnið innri orku kerfisins  $U$  og varmarýmd þess.
  - Hvernig hegðar varmarýmdin sér sem fall af  $T$  þegar  $T \rightarrow 0$ ?
  - Hvernig hegðar varmarýmdin sér sem fall af  $T$  þegar  $T \rightarrow \infty$ ?