

09.21.62 Skammtafræði 2

Tíma- og heimadæmi

Kennari: Viðar Guðmundsson

Til umfjöllunar 10. febrúar.

1. Lengi hafa menn álitnið fiseindir vera massalausar eindir með hálfþöluspuna. Þannig eindum er lýst með tveggja þátta spinor bylgjufalli sem uppfyllir jöfnuna

$$i\hbar\partial_t\Psi = -c\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \Psi,$$

Þar sem $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ er vigur fylkja Paulis. Finnið eigingildi og bylgjuföll fiseinda og sýnið að fiseindir með jákvæða orku hafi spuna andsamsíða \vec{p} .

2. Tímaóháðu jöfnu Diracs má rita sem

$$\begin{aligned}(E - e\phi - mc^2)\varphi - c\vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A})\chi &= 0 \\ c\vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A})\varphi - (E - e\phi + mc^2)\chi &= 0\end{aligned}$$

- (a) Sýnið að hreyfingu rafeindar í föstu segulsviði

$$\phi = A_x = A_y = 0, \quad A_z = Bx$$

sé lýst með jöfnunni

$$\left(c^2p^2 + e^2B^2x^2 + ecB(\hbar\sigma_y - 2xp_z)\right)\varphi = (E^2 - m^2c^4)\varphi.$$

- (b) Sýnið að p_y , p_z , og σ_y séu hreyfingarfastar.
- (c) Með því að skrifa

$$\varphi = \exp\left(\frac{i}{\hbar}(yp_y + zp_z)\right) \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} u,$$

þar sem u er lausn hreyfijöfnunar fyrir hreintóna sveifilinn, finnið orkuróf eindarinnar í segulsviði.