

RAF402G Rafsegulfræði

Þriðjudaginn 28. apríl 2015, kl. 09:00-12:00. Kennarar: Viðar Guðmundsson og Kristinn Andersen.

Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, vasareiknivél, og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng ásamt nótum kennara og nemanda.

Í prófinu eru 5 verkefni sem öll vega jafnt. Skrifid skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. Íslenska:

- Hugsum okkur skilflöt tvenns konar efnis. Í rafstöðufræði höfum við notað $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ til þess að leiða út að þáttur rafsviðsins samsíða skilfletinum sé samfelldur við hann. Í rafsegulfræði gildir hins vegar að $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}$, lögmál Faradays. Hvernig getum við enn krafist að þáttur rafsviðsins samsíða skilfletinum sé samfelldur við hann í rafsegulfræði?
- Í rafsegulfræði eru leiddar út bylgjujöfnur fyrir mættin \mathbf{A} og V . Sýnið að í seinkuðu lausnum þeirra er seinkunin háð efninu sem rafsegulbylgjan berst um.

English:

- Imagine the interface of two different materials. In electrostatics we have used $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ to derive that the component of the electric field parallel to the interface must be continuous across it. In electrodynamics we have instead the Faraday law $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}$. How can we still request the component of the electric field parallel to the interface to be continuous in electrodynamics?
- In electrodynamics we derive wave equations for the potentials \mathbf{A} and V . Show that in the retarded solutions the retardation depends on the material the electromagnetic wave propagates through.

2. **Íslenska:** Örmsáu raftvískauti með vægi $\mathbf{p} = p_0\mathbf{a}_z$ er komið fyrir í miðju kúlulaga holrúmi með geisla a í stórum jarðbundnum kjörleiðara.

- (a) Tilgreinið jaðarskilyrði rafstöðumættisins í holrúminu.
- (b) Finnið rafstöðumættið innan holrúmsins.
- (c) Finnið yfirborðshleðsludreifinguna sem skautast á vegg holrúmsins.
- (d) Hver er heildaryfirborðshleðslan?
- (e) Hvert er tvískautsvægi yfirborðshleðslunnar?

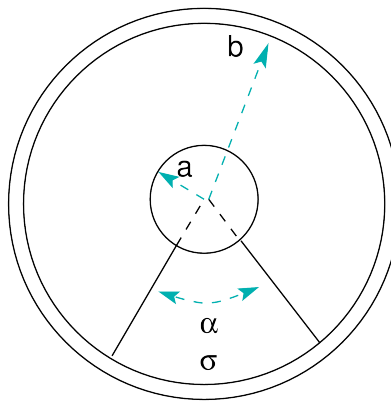
English: Microscopic electrical dipole with momentum $\mathbf{p} = p_0\mathbf{a}_z$ is placed at the center of a spherical cavity with radius a in a large ideal grounded conductor.

- (a) State the boundary conditions for the electrostatic potential in the cavity.
- (b) Find the electrostatic potential inside the cavity.
- (c) Find the surface charge density polarized on the wall of the cavity.
- (d) What is the total surface charge?
- (e) What is the dipole momentum of the surface charge density?

3. **Íslenska:** Flatur leiðari samsíða x - y -sléttunni með z -hnit takmarkað milli $z = -a$ og $z = a$ ber frjálsan straumbéttleika $\mathbf{J} = J_0 \mathbf{a}_x$. Leiðarinn er með segulviðtak $\chi_m = 0$. Utan leiðarans er línulega seglandi efni með viðtak $\chi_m \neq 0$. Finnið alls staðar \mathbf{H} , \mathbf{B} , \mathbf{M} og jafngilda seglunarstrauma.

English: Flat conductor parallel to the x - y -plane with z -coordinates restricted between $z = -a$ and $z = a$ carries a free current density $\mathbf{J} = J_0 \mathbf{a}_x$. The conductor has magnetic susceptibility $\chi_m = 0$. Outside the conductor is a linear magnetic material with susceptibility $\chi_m \neq 0$. Find everywhere \mathbf{H} , \mathbf{B} , \mathbf{M} and the equivalent magnetization currents.

4. **Íslenska:** Samásakapall er gerður þannig að milli miðleiðarans og ytri skeljarinnar er rafsvarandi efni. Rafsvarinn er einangrandi nema sneið með hornið α er með eðlisleiðnina σ . Finnið leiðni kapalsins á lengdareiningu.



English: Coaxial cable is made with a dielectric filling the cavity between the central conductor and the outer conducting shell. The dielectric is insulating except for a slice with the angle α that has the conductivity σ . Find the conductance of the cable per unit length.

Dæmi úr merkjalínnum (Cheng, 9. kafla) – vorpróf maí 2015

Íslenska: Merkjalína er tapslaus og hefur kenniviðnámið $Z_0 = 50 \Omega$, sem er raunviðnám. Gerum ennfremur ráð fyrir bylgjuhraði eftir línunni sé jafn hraða ljóssins, $3 \cdot 10^8$ m/s. Lengd línunnar er $L = 30$ m.

- a) Við annan enda línunnar er 50 V jafnspennugjafi sem tengja má línunni gegnum 200Ω viðnám. Nú er jafnspennugjafinn tengdur línunni gegnum viðnámið við tímann $t=0$ en rofinn aftur frá línunni 40 nanósekúndum síðar og þannig berst 40 ns spennupúls inn á línuna. Hinn endi línunnar er tengdur 200Ω viðnámi. Rissið dreifingu spennu eftir lengd línunnar, þ.e. teiknið gröf sem sýna spennuna V á línunni sem fall af fjarlægðinni z frá jafnspennugjafanum, við eftirfarandi fjóra tímapunkta:

$t = 80$ nanósekúndur ($80 \cdot 10^{-9}$ sek), 110 nanósekúndur, 280 nanósekúndur, 1 mínúta.

- (b) Nú er jafnspennugjafinn með viðnáminu fjarlægður en sendir tengdur við línuna. Jafnframt er 200Ω viðnámið fjarlægt frá hinum enda línunnar og þar er tengt loftnet með óþekkt samviðnám. Tíðni sendisins er 7,5 MHz. Mælitæki sem mælir standbylgjuhlutfall sýnir $S = 3,0$. Þegar spenna yfir línuna er mæld eftir því sem fjær dregur loftnetinu nær hún fyrsta hámarki 5 m frá loftnetinu. Finnið eftirfarandi gildi með Smith korti og merkið inn á kortið:

Z_{5m} [Ω], samviðnám inn í línuna þar sem spennuhámarkið er.

Z_{antenna} [Ω], samviðnám loftnetsins.

$Z_{\text{transmitter}}$ [Ω], samviðnámið sem verður fyrir sendinum inn í línuna.

English: A transmission line is lossless and has the characteristic impedance $Z_0 = 50 \Omega$, which is purely resistive. Assume that the propagation speed along the line is equal to the speed of light, $3 \cdot 10^8$ m/s. The length of the line is $L = 30$ m.

- (a) A 50 V DC voltage source is connected to one end of the line through a 200Ω resistor. The DC voltage source is connected to the line through the resistor at time $t=0$ and disconnected again from the line 40 nanoseconds later, and thus a 40 ns voltage pulse propagates along the line. The other end of the line is connected to a 200Ω resistor. Sketch the distribution of the voltage along the line, i.e. draw graphs showing the voltage V on the line as a function of the distance z from the DC voltage source, at the following four time instances:

$t = 80$ nanoseconds ($80 \cdot 10^{-9}$ sec), 110 nanoseconds, 2800 nanoseconds, 1 minute.

- (b) Now the DC voltage source is removed and a transmitter is connected to the end of the line. Furthermore, the 200Ω resistor is removed from the other end of the line, where an antenna with an unknown impedance is now connected. The transmitter frequency is 7,5 MHz. A meter measuring the standing wave ratio shows $S = 3,0$. The voltage across the line is measured at an increasing distance from the antenna and it reaches its first maximum at the distance 5 m from the antenna. Find the following values with a Smith chart and mark on the chart:

Z_{5m} [Ω], the impedance into the line where the voltage maximum occurs.

Z_{antenna} [Ω], the impedance of the antenna.

$Z_{\text{transmitter}}$ [Ω], the impedance presented to the transmitter into the line.

