

## RAF402G Rafsegulfræði

Þriðjudaginn 6. maí 2014, kl. 09:00-12:00. Kennarar: Viðar Guðmundsson og Kristinn Andersen.

**Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, vasareiknivél, og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng ásamt nótum kennara og nemanda.**

Í prófinu eru 5 verkefni sem öll vega jafnt. Skrifðu skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Kúla með geisla  $a$  ber seglun  $\mathbf{M} = M_0 \mathbf{a}_z (\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{R}/a)^2$ . Í sjötta kafla kennslubókar sinnar sýnir Cheng að slíkri seglun sé hægt að lýsa á tvenns konar hátt með jafngildum straumum eða segulhleðslum.
  - (a) Finnið jafngilda yfirborðs- og bolsegulhleðslu kúlunnar.
  - (b) Finnið jafngilda yfirborðs- og bolstrauma kúlunnar.
  - (c) Hver er heildarsegulhleðsla kúlunnar? Er eitthvað sem kemur á óvart með heildarsegulhleðsluna?

**English:** Sphere with radius  $a$  carries a magnetization  $\mathbf{M} = M_0 \mathbf{a}_z (\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{R}/a)^2$ . In the sixth chapter of his text book Cheng shows how the magnetization can be described either by equivalent currents or magnetic charges.

- (a) Find the equivalent surface and bulk magnetic charge of the sphere.
- (b) Find the equivalent surface and bulk currents of the sphere.
- (c) What is the total magnetic charge of the sphere? Is there anything surprising about the total magnetic charge?

2. **Íslenska:** Hugsum okkur einangrandi rafsvara með  $\epsilon_r$  sem fyllir  $z < 0$  hálfúmið í kartískum hnitum. Yfir flötum skilfelti hans og lofttæmis er punkthleðsla  $q$  í fjarlægð  $d$ . Finnið bundnu skautuðu yfirborðshleðslu rafsvarans.

**English:** Imagine an insulating dielectric slab with  $\epsilon_r$  filling the  $z < 0$  half-space in cartesian coordinates. Above the flat interface of the dielectric and a vacuum is a point charge  $q$  at distance  $d$ . Find the polarized bound surface charge of the dielectric.

3. **Íslenska:** Rafsegulbylgja frá útvarpsstöð á jörðu fellur lóðrétt á jónahvolfið. Leiðið út jöfnur fyrir speglunar- og framferðarstuðlum hennar sem falli af tíðni bylgjunnar. Lýsið niðurstöðunum.

**English:** Electromagnetic wave from a broadcasting station on earth falls with normal incidence on the ionosphere. Derive formulas for the reflection and the transmission coefficients as functions of the frequency of the wave. Describe the results.

4. **Íslenska:** Kjörleiðandi kúluskel með geisla  $a$  snýst um  $z$ -ás með fastri hornferð  $\omega$  í einsleitu föstu ytra segulflæðisviði  $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{a}_z$ .

- (a) Finnið spennunum norðurskaups og miðbaugs skeljarinnar.
- (b) Hver er spennunumur skautanna tveggja?

**English:** Perfectly conducting spherical shell of radius  $a$  is rotating with constant angular speed  $\omega$  around the  $z$ -axis in a constant uniform magnetic flux field  $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{a}_z$ .

- (a) Find the potential difference between its north pole and the equator.
- (b) What is the potential difference between the two poles?

5. **Íslenska:** Merkjalína er tapslaus og hefur kenniviðnámið  $Z_0 = 100 \Omega$ , sem er raunviðnám. Gerum ennfremur ráð fyrir að bylgjuhraði eftir línunni sé jafn hraða ljóssins,  $3 \times 10^8$  m/s. Lengd línunnar er  $L = 6$  m.

- (a) Við annan enda línunnar er tengdur 20 V jafnspennugjafi gegnum  $100 \Omega$  viðnám við tímann  $t = 0$ . Hinn endi línunnar er ótengdur (opin rás). Riss-ið dreifingu spennu eftir lengd línunnar, þ.e. teiknið gröf sem sýna spennuna  $V$  á línunni sem fall af fjarlægðinni  $z$  frá jafnspennugjafanum, við eftirfarandi fjóra tímapunkta:  $t = 10$  nanósekúndur ( $10 \times 10^{-9}$  sek), 30 nanósekúndur, 50 nanósekúndur, 50 mínútur. Teiknið einnig gröf sem sýna strauminn  $I$  á línunni sem fall af fjarlægðinni  $z$  við sömu fjóra tímapunkta.
- (b) Nú er jafnspennugjafinn með viðnáminu fjarlægður en sendir tengdur við enda línunnar. Tíðni sendisins er 112.5 MHz. Loftnet er tengt við hinn enda línunnar, sem hafði verið ótengdur, en samviðnám loftnetsins er  $Z_L = 50 - j80 \Omega$ . Sýnið hvar samviðnám loftnetsins er sýnt á Smith korti. Sýnið hvernig standbylgjuhluþfallið á línunni er fundið með Smith korti. Sýnið einnig á Smith korti hvar samviðnámið er, sem verður fyrir sendinum inn í línuna,  $Z_i$ . Hvert er samviðnámið sem verður fyrir sendinum inn í línuna,  $Z_i (\Omega)$ ?

**English:** A transmission line is lossless and has the characteristic impedance  $Z_0 = 100 \Omega$ , which is purely resistive. Assume that the propagation speed along the line is equal to the speed of light,  $3 \times 10^8$  m/s. The length of the line is  $L = 6$ m.

- (a) A 20 V DC voltage source is connected to one end of the line through a  $100 \Omega$  resistor at time  $t = 0$ . The other end of the line is disconnected (open circuit). Sketch the distribution of the voltage along the line, i.e. draw graphs showing the voltage  $V$  on the line as a function of the distance  $z$  from the DC voltage source, at the following four time instances:  $t = 10$  nanoseconds ( $10 \times 10^{-9}$  sek), 30 nanoseconds, 50 nanoseconds, 50 minutes. Also, draw graphs showing the current  $I$  on the line as a function of  $z$  at the same four time instances.
- (b) Now the DC voltage source is removed and a transmitter is connected at the end of the line. The transmitter frequency is 112.5 MHz. An antenna is connected to the other end of the line, which was disconnected earlier, and the impedance of the antenna is  $Z_L = 50 - j80 \Omega$ . Show where the impedance of the antenna is located on a Smith chart. Show how the standing wave ratio is found on a Smith chart. Show on a Smith chart the impedance presented to the transmitter into the line,  $Z_i$ . What is the impedance presented to the transmitter into the line  $Z_i (\Omega)$ ?

# The Complete Smith Chart

## Black Magic Design

