

EÐL401G Rafsegulfræði 1

Þriðjudaginn 6. maí 2014, kl. 09:00-12:00. Kennari: Viðar Guðmundsson.

Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, vasareiknivél, og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng ásamt nótum kennara og nemanda.

Í prófinu eru 5 verkefni sem öll vega jafnt. Skriðið skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Kúla með geisla a ber seglun $\mathbf{M} = M_0 \mathbf{a}_z (\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{R}/a)^2$. Í sjötta kafla kennslubókar sinnar sýnir Cheng að slíkri seglun sé hægt að lýsa á tvenns konar hátt með jafngildum straumum eða segulhleðslum.

- (a) Finnið jafngilda yfirborðs- og bolsegulhleðslu kúlunnar.
- (b) Finnið jafngilda yfirborðs- og bolstrauma kúlunnar.
- (c) Hver er heildarsegulhleðsla kúlunnar? Er eitthvað sem kemur á óvart með heildarsegulhleðsluna?

English: Sphere with radius a carries a magnetization $\mathbf{M} = M_0 \mathbf{a}_z (\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{R}/a)^2$. In the sixth chapter of his text book Cheng shows how the magnetization can be described either by equivalent currents or magnetic charges.

- (a) Find the equivalent surface and bulk magnetic charge of the sphere.
- (b) Find the equivalent surface and bulk currents of the sphere.
- (c) What is the total magnetic charge of the sphere? Is there anything surprising about the total magnetic charge?

2. **Íslenska:** Hugsum okkur einangrandi rafsvara með ϵ_r sem fyllir $z < 0$ hálfúmið í kartískum hnitum. Yfir flötum skilfelti hans og lofttæmis er punkthleðsla q í fjarlægð d . Finnið bundnu skautuðu yfirborðshleðslu rafsvarans.

English: Imagine an insulating dielectric slab with ϵ_r filling the $z < 0$ half-space in cartesian coordinates. Above the flat interface of the dielectric and a vacuum is a point charge q at distance d . Find the polarized bound surface charge of the dielectric.

3. **Íslenska:** Rafsegulbylgja frá útvarpsstöð á jörðu fellur lóðrétt á jónahvolfið. Leiðið út jöfnur fyrir speglunar- og framferðarstuðlum hennar sem falli af tíðni bylgjunnar. Lýsið niðurstöðunum.

English: Electromagnetic wave from a broadcasting station on earth falls with normal incidence on the ionosphere. Derive formulas for the reflection and the transmission coefficients as functions of the frequency of the wave. Describe the results.

4. **Íslenska:** Kjörleiðandi kúluskel með geisla a snýst um z -ás með fastri hornferð ω í einsleitu föstu ytra segulflæðisviði $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{a}_z$.

- (a) Finnið spennunum norðurskaups og miðbaugs skeljarinnar.
- (b) Hver er spennunumur skautanna tveggja?

English: Perfectly conducting spherical shell of radius a is rotating with constant angular speed ω around the z -axis in a constant uniform magnetic flux field $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{a}_z$.

- (a) Find the potential difference between its north pole and the equator.
- (b) What is the potential difference between the two poles?

5. **Íslenska:** Við höfum skoðað dæmi þar sem straumur í loftneti með lengd L var gefinn sem $i(z) = I_0 \sin(2\pi|z|/L)$ fyrir $|z| < L/2$. Nú skulum við athuga hvað gerist þegar straumnum er lýst með

$$i(z) = I_0 \sin \left\{ \frac{2\pi z}{L} \right\}, \quad |z| < \frac{L}{2}.$$

- (a) Teiknið upp strauminn sem fall af z og berið saman við strauminn í fyrra dæminu.
- (b) Hver er munurinn á straumnum í þessu tveimur dæmum? Er hægt að giska á hvernig loftnetin muni geisla fyrir $\beta L \rightarrow 0$ án þess að reikna nokkuð? (Hér er átt við mynsturfall geislunarinnar).
- (c) Finnið geislunarmynstrið og kannið markgildi þess þegar $\beta L \rightarrow 0$.

English: We have solved an example where the current in an antenna with length L is given as $i(z) = I_0 \sin(2\pi|z|/L)$ for $|z| < L/2$. Now we will explore what happens when the current is described as

$$i(z) = I_0 \sin \left\{ \frac{2\pi z}{L} \right\}, \quad |z| < \frac{L}{2}.$$

- (a) Draw the current as a function of z and compare to the current in the earlier example.
- (b) How does the current differ in these two examples? Is it possible to guess how the two antennae radiate for the case when $\beta L \rightarrow 0$ without doing any calculation? (With reference to the radiation pattern).
- (c) Find the pattern function for the radiation and check the limit as $\beta L \rightarrow 0$.