

## RAF402G Rafsegulfræði 1

Fimmtudaginn 6. júní 2013, kl. 09:00-12:00. Kennarar: Viðar Guðmundsson og Kristinn Andersen.

**Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, vasareiknivél, og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng ásamt nótum kennara og nemanda.**

Í prófinu eru 5 verkefni sem öll vega jafnt. Skrifid skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Gegnheil rafsvarandi kúla með geisla  $a$  er í tómarúmi. Skautun hennar er lýst sem

$$\mathbf{P}(R) = P_0 \left( \frac{R}{a} \right) \mathbf{a}_r.$$

Takið eftir að skautunin er ekki einsleit.

- (a) Finnið bolskautunarhleðsluþéttleika kúlunnar.
- (b) Finnið yfirborðsskautunarhleðsluþéttleika kúlunnar.
- (c) Reiknið rafstöðumættið innan og utan kúlunnar.
- (d) Reiknið rafsviðið innan og utan kúlunnar.

**English:** A solid dielectric sphere with radius  $a$  is placed in vacuum. Its polarization is described as

$$\mathbf{P}(R) = P_0 \left( \frac{R}{a} \right) \mathbf{a}_r.$$

Please notice that it is not uniform.

- (a) Find the bulk charge density of bound charges in the sphere.
- (b) Find the surface charge density of bound charges on the sphere.
- (c) Calculate the electrical potential in and outside the sphere.
- (d) Calculate the electrical field in and outside the sphere.

2. **Íslenska:** Í kjörleiðara höfum við sagt að  $\mathbf{E} = 0$  með skírskotun til lögmáls Ohms.

(a) Sýnið að innan kjörleiðara sé  $\partial\mathbf{B}/\partial t = 0$  og þess vegna sé  $\mathbf{B}$  fasti þar.

(b) Sýnið að í gegnum kjörleiðandi lykkju verði segulflæðið einnig fasti.

**English:** In a perfect conductor we maintain that  $\mathbf{E} = 0$  with reference to Ohm's law.

(a) Show that inside a perfect conductor  $\partial\mathbf{B}/\partial t = 0$  and thus  $\mathbf{B}$  is constant there.

(b) Show that through a loop of a perfect conductor the magnetic flux is constant.

3. **Íslenska:** Athugum hjólflatarspólu með ferhyrnings þverskurðarflöt eins og sýnd er á mynd 6-23 á blaðsíðu 269 í kennslubókinni. Finnið sjálfspan spólunnar ef hún er með kjarna sem fyllir út í holrúmið innan hennar þannig að honum er skipt í tvo eins staflaða helminga þar sem efri helmingurinn er með segulsvörunarstuðul  $\mu_1$  og neðri helmingurinn með  $\mu_2$ .

**English:** Consider a toroidal coil with rectangular cross section as is shown in Figure 6-23 on page 269 in the text book. Find the self-inductance of the coil if it is filled by a core made of two equal parts stacked together such that the upper part has the permeability  $\mu_1$  and the lower one  $\mu_2$ .

4. **Íslenska:** Járnseglandi teningi með hliðlengd  $a$  er komið fyrir í kartísku hnitakerfi með hliðar samhliða ásnum hnitakerfisins þannig að punktar hans eru með hnit sem uppfylla:  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq a$ ,  $0 \leq z \leq a$ . Seglunarvigur teningsins er

$$\mathbf{M}(x, z) = M_0 \left( \frac{xz}{a^2} \right) \mathbf{a}_y.$$

Finnið jafngild seglunarstraumþykkni teningsins

**English:** Ferromagnetic cube with side length  $a$  is placed in a Cartesian coordinate system with its sides parallel to the axes of the coordinate system such that its points have coordinates satisfying:  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq a$ ,  $0 \leq z \leq a$ . The magnetization vector of the cube is

$$\mathbf{M}(x, z) = M_0 \left( \frac{xz}{a^2} \right) \mathbf{a}_y.$$

Find the corresponding equivalent magnetization current densities for the cube.

5. **Íslenska:** Merkjálína hefur kenniviðnámið  $Z_0 = 50 \Omega$  og deyfinguna 3 dB/100m ( $\alpha = 0.345$  Np/100m). Gerið ráð fyrir að hraðastuðull línunnar sé 1.0 (þ.e. bylgjuhraði eftir línunni sé jafn ljóshraðanum).

(a) Merkjálínan er 500 m löng og við annan enda hennar er tengt álagsviðnáám,  $R_L$ , sem er  $50 \Omega$  (raunviðnáám). Við hinn enda línunnar er tengdur sínusspennugjafi með toppspennuna 10 V.

Hvert er aflíð sem sínusspennugjafinn sendir inn í línuna?

Hvert er aflíð sem fer í  $50 \Omega$  álagsviðnámið?

Hver er RMS spennan (ath. – ekki toppspennan) sem mælist yfir  $50 \Omega$  álagsviðnámið?

(b) Tekinn er 5 m langur bútur af merkjalínunni og tengdur við  $100 \Omega$  álagsviðnáám. Gerið ráð fyrir að í svo stuttum línubút séu töp hverfandi lítil, og reiknið því með að þau séu engin. Sínusspennugjafinn með toppspennuna 10 V er tengdur við hinn endann. Tíðni sínusspennunnar er 15 MHz.

Hvert er samviðnámið ( $Z$ ) sem verður fyrir sínusspennugjafanum inn í enda línunnar?

Hvert verður standbylgjuhlutfallið ( $S$ ) á línunni?

Hve mikið afl fer í  $100 \Omega$  álagsviðnámið við enda línunnar?

Sýnið á Smith korti hvernig stærðirnar  $Z$  og  $S$  er fundnar hér að framan.

**English:** A transmission line has a characteristic impedance  $Z_0 = 50 \Omega$  and attenuation 3 dB/100m ( $\alpha = 0.345$  Np/100m). Assume that the velocity factor is 1.0 (i.e. the propagation speed along the line is equal to the speed of light).

(a) The line is 500 m long and a load resistance,  $R_L = 50 \Omega$  is connected to one end of the line. A sinusoidal voltage source is connected to the line at the other end, with a peak voltage of 10 V.

How much power does the sinusoidal voltage source deliver into the line?

How much power is dissipated in the  $50 \Omega$  load resistance?

What is the RMS voltage (note – not the peak voltage) measured over the  $50 \Omega$  load resistance?

(b) A 5 m long section of the transmission line is connected to a  $100 \Omega$  load resistance. Assume that such a short line section has negligible loss, i.e. do your calculations based on zero loss. The sinusoidal voltage source, with the 10 V peak voltage, is connected to the other end. The sinusoidal voltage frequency is 15 MHz.

What is the impedance ( $Z$ ) encountered by the sinusoidal voltage source at the end of the line?

What is the standing wave ratio ( $S$ ) on the line?

How much power is dissipated in the  $100 \Omega$  load at the end of the line?

Show on a Smith chart how the quantities  $Z$  and  $S$  are found above.

