

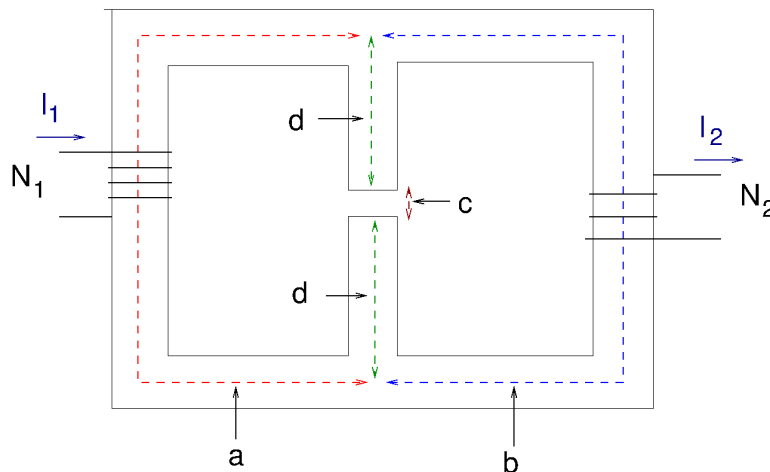
RAF402G Rafsegulfræði 1

Þriðjudaginn 7. maí 2013, kl. 09:00-12:00. Kennarar: Viðar Guðmundsson og Kristinn Andersen.

Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, vasareiknivél, og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng ásamt nótum kennara og nemanda.

Í prófinu eru 5 verkefni sem öll vega jafnt. Skrifid skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Í segulrásinni á myndinni er kjarni með þverskurðarflöt S og segulsvörunarstuðul $\mu \gg \mu_0$. Við gerum ráð fyrir því að kjarninn svari ytri segulhrifum línulega, þannig að $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$. Lengdir búta kjarnans ásamt vafningum spólanna og straumstefnur og styrkur eru gefnar á myndinni. Finnið segulflæðisviðið \mathbf{B} í geilinni með lengd c á myndinni.



English: In the magnetic circuit in the Figure is a core with cross section S and permeability $\mu \gg \mu_0$. We assume the core to respond to external magnetic influence in a linear fashion, i.e. $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$. The length of the parts of the core together with properties of the coils and the current in them is shown in the Figure. Find the magnetic flux field \mathbf{B} in the gap with length c in the Figure.

2. **Íslenska:** Sívalningsþéttir er gerður úr tveimur samhliða og sammiðja mjög löngum kjörleiðandi örþunnum svívalningsþynnum. Sú ytri er með geisla b og sú innri er með geisla a . Milli sívalninganna er lekur rafsvari með $\epsilon(r) = \epsilon_0 r/b$ og eðlisleiðni $\sigma(r) = \sigma_0 a/r$. Um þéttinn flæðir fastur straumur I á lengdareiningu.

- (a) Reiknið leiðni sívalningsþéttisins á lengdareiningu.
- (b) Finnið dreifingu frjálsra hleðslna í rafsvaranum og á rafskautum þéttisins.
- (c) Hver er dreifing skautunarhleðslna í rafsvaranum og á jöðrum hans við rafskautin (sívalningsþynnurnar)?
- (d) Hver er heildar frjálsahleðslan í þéttinum á lengdareiningu?

English: Cylindrical capacitor is made of two parallel and coaxial very long ideally conducting thin cylindrical conductors. The outer one has radius b and the inner one has radius a . Between the cylinders is a leaky dielectric material with $\epsilon(r) = \epsilon_0 r/b$ and conductivity $\sigma(r) = \sigma_0 a/r$. Through the capacitor flows a constant current I .

- (a) Calculate the conductance of the capacitor.
- (b) Find the distribution of the free charge in the dielectric material and on the electrodes of the capacitor.
- (c) What is the distribution of polarized charges in the dielectric material and at its boundaries with the electrodes (the cylindrical conductors)?
- (d) What is the total free charge of the capacitor?

3. **Íslenska:** Eftir löngum rétthyrndum bylgjustokki með hliðlengdir a í x -átt og b í y -átt berst TE_{10} bylgja. Inni í stokknum er einsleitur rafsvári með stuðla ϵ og μ .

- (a) Finnið spanaða yfirborðsstrauma á kjörleiðandi innri veggjum stokksins.
- (b) Finnið spanaðar yfirborðshleðslur á innri veggjum stokksins.
- (c) Sýnið er yfirborðshleðslur og straumar á innri veggjum stokksins uppfylli samfeldnijöfnuna.

English: Along a very long rectangular waveguide with side length a in the x -direction and b in the y -direction travels a TE_{10} wave. Inside the waveguide is a homogeneous dielectric material with coefficients ϵ and μ .

- (a) Find the induced surface currents on the inner walls of the guide.
- (b) Find the induced surface charges on the inner walls of the guide.
- (c) Show that the surface currents and charges fulfill the equation of continuity on the inner walls of the waveguide.

4. **Íslenska:** Ferningslöguð leiðandi lykkja með hliðlengd a liggur í miðri yz -sléttu í segulflæðisviði $\mathbf{B} = B_0 z \mathbf{a}_x$. Finnið heildarkraftinn á lykkjuna ef um hana flæðir fastur straumur I . Athugið að hér þarf að fastsetja stefnu straumsins.

English: Square conducting loop with sidelength a lies in the center of the yz -plane in a magnetic flux field $\mathbf{B} = B_0 z \mathbf{a}_x$. Find the total force on it if it carries a constant current I . Here you need to fix the direction of the current.

5. **Íslenska:** Merkjalína er tapslaus og hefur kenniviðnámið $Z_0 = 50 \Omega$, sem er raunviðnám. Gerum ennfremur ráð fyrir bylgjuhraði eftir línunni sé jafn hraða ljóssins, $3 \cdot 10^8$ m/s. Lengd línunnar, L , er 600 m.

- (a) Við annan enda línunnar er tengt álagsviðnám $R_L = 150 \Omega$. Við hinn enda línunnar er tengdur 40 V jafnspennugjafi gegnum 150Ω viðnám við tímann $t = 0$.

Teiknið dreifingu spennu eftir lengd línunnar við tímann $t = 5$ míkrósekúndur, þ.e. teiknið graf sem sýnir spennuna V sem fall af fjarlægðinni z frá jafnspennugjafanum.

- (b) Álagsviðnámið R_L er nú fjarlægt frá enda línunnar, en samviðnám $Z_L = 25 + j30 \Omega$ er í staðinn tengt þar við línuna. Notið Smith kort til að áætla samleiðnina $Y_L = 1/Z_L$. Notið kortið einnig til að ákvarða fjarlægðina d (mæld í bylgjulengdum) sem þarf að fara frá álagsendanum til að mæla hreint raunviðnám inn í línuna. Hvert verður þetta raunviðnám, G (Ω)?

Skráið tölulegu gildin fyrir þessar þrjár stærðir (Y_L , d og G) og sýnið einnig hvernig þær eru fundnar með því að merkja inn á Smith kortið sem fylgir.

English: A transmission line is lossless and has the characteristic impedance $Z_0 = 50 \Omega$, which is purely resistive. Assume that the propagation speed along the line is equal to the speed of light, $3 \cdot 10^8$ m/s. The length of the line, L , is 600 m.

- (a) A load resistance, $R_L = 150 \Omega$, is connected to one end of the line. A 40 V DC voltage source is connected to the line at the other end through a 150Ω resistor at time $t = 0$.

Draw the voltage distribution along the line at time $t = 5$ microseconds, i.e. sketch a graph showing the voltage V as a function of the distance z from the voltage source.

- (b) Now the load resistance R_L is removed from the end of the line, replaced with a load impedance $Z_L = 25 + j30 \Omega$ at the end of the line. Use a Smith chart to determine the admittance $Y_L = 1/Z_L$. Also, use the chart to determine the distance d (measured in wavelengths) from the load, at which a pure resistance will be measured into the line. Determine the value of this resistance, G (Ω).

Present the numerical values estimated for these three quantities (Y_L , d and G), and indicate also how they are determined on the Smith chart attached.

