

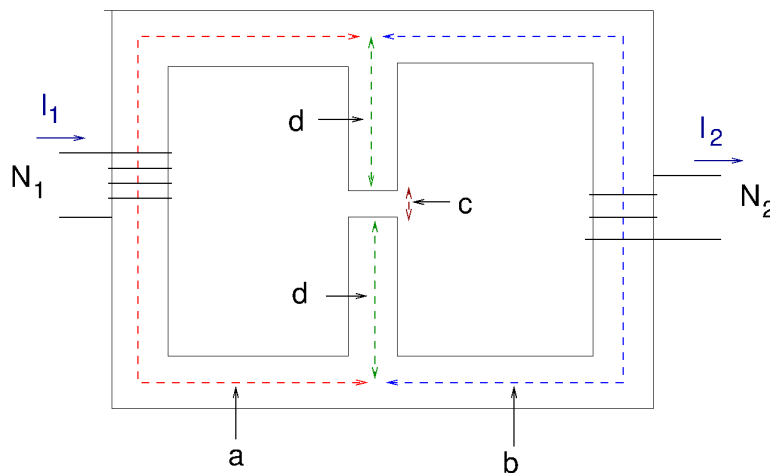
EÐL401G Rafsegulfræði 1

Þriðjudaginn 7. maí 2013, kl. 09:00-12:00. Kennari: Viðar Guðmundsson.

Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, vasareiknivél, og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng ásamt nótum kennara og nemanda.

Í prófinu eru 5 verkefni sem öll vega jafnt. Skrifðu skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Í segulrásinni á myndinni er kjarni með þverskurðarflöt S og segulsvörunarstuðul $\mu \gg \mu_0$. Við gerum ráð fyrir því að kjarninn svari ytri segulhrifum línulega, þannig að $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$. Lengdir búta kjarnans ásamt vafningum spólanna og straumstefnur og styrkur eru gefnar á myndinni. Finnið segulflæðisviðið \mathbf{B} í geilinni með lengd c á myndinni.



English: In the magnetic circuit in the Figure is a core with cross section S and permeability $\mu \gg \mu_0$. We assume the core to respond to external magnetic influence in a linear fashion, i.e. $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$. The length of the parts of the core together with properties of the coils and the current in them is shown in the Figure. Find the magnetic flux field \mathbf{B} in the gap with length c in the Figure.

2. **Íslenska:** Sívalningsþéttir er gerður úr tveimur samhliða og sammiðja mjög löngum kjörleiðandi örþunnum svívalningsþynnum. Sú ytri er með geisla b og sú innri er með geisla a . Milli sívalninganna er lekur rafsvari með $\epsilon(r) = \epsilon_0 r/b$ og eðlisleiðni $\sigma(r) = \sigma_0 a/r$. Um þéttinn flæðir fastur straumur I á lengdareiningu.

- (a) Reiknið leiðni sívalningsþéttisins á lengdareiningu.
- (b) Finnið dreifingu frjálsra hleðslna í rafsvaranum og á rafskautum þéttisins.
- (c) Hver er dreifing skautunarhleðslna í rafsvaranum og á jöðrum hans við rafskautin (sívalningsþynnurnar)?
- (d) Hver er heildar frjálsahleðslan í þéttinum á lengdareiningu?

English: Cylindrical capacitor is made of two parallel and coaxial very long ideally conducting thin cylindrical conductors. The outer one has radius b and the inner one has radius a . Between the cylinders is a leaky dielectric material with $\epsilon(r) = \epsilon_0 r/b$ and conductivity $\sigma(r) = \sigma_0 a/r$. Through the capacitor flows a constant current I .

- (a) Calculate the conductance of the capacitor.
- (b) Find the distribution of the free charge in the dielectric material and on the electrodes of the capacitor.
- (c) What is the distribution of polarized charges in the dielectric material and at its boundaries with the electrodes (the cylindrical conductors)?
- (d) What is the total free charge of the capacitor?

3. **Íslenska:** Eftir löngum rétthyrndum bylgjustokki með hliðlengdir a í x -átt og b í y -átt berst TE_{10} bylgja. Inni í stokknum er einsleitur rafsvari með stuðla ϵ og μ .

- (a) Finnið spanaða yfirborðsstrauma á kjörleiðandi innri veggjum stokksins.
- (b) Finnið spanaðar yfirborðshleðslur á innri veggjum stokksins.
- (c) Sýnið er yfirborðshleðslur og straumar á innri veggjum stokksins uppfylli samfeldnijöfnuna.

English: Along a very long rectangular waveguide with side length a in the x -direction and b in the y -direction travels a TE_{10} wave. Inside the waveguide is a homogeneous dielectric material with coefficients ϵ and μ .

- (a) Find the induced surface currents on the inner walls of the guide.
- (b) Find the induced surface charges on the inner walls of the guide.
- (c) Show that the surface currents and charges fulfill the equation of continuity on the inner walls of the waveguide.

4. **Íslenska:** Ferningslöguð leiðandi lykkja með hliðlengd a liggur í miðri yz -sléttu í segulflæðisviði $\mathbf{B} = B_0 z \mathbf{a}_x$. Finnið heildarkraftinn á lykkjuna ef um hana flæðir fastur straumur I . Athugið að hér þarf að fastsetja stefnu straumsins.

English: Square conducting loop with sidelength a lies in the center of the yz -plane in a magnetic flux field $\mathbf{B} = B_0 z \mathbf{a}_x$. Find the total force on it if it carries a constant current I . Here you need to fix the direction of the current.

5. **Íslenska:** Beint „hlaupabylgjuloftnet“ er þannig að annar endi þess er tengdur við straumgjafa en hinn endinn er tengdur við jörð með viðnámi R_L . Hugsum okkur að loftnetið liggi á z -ás með straumgjafann í $z = 0$ og hinn endann í $z = L$. Talað er um hlaupabylgju vegna þess að viðnámið kemur í veg fyrir straumendurkast frá hinum endanum og bylgja berst um loftnetið með ljóshraða. Reiknið fjærgeislunarráfsviðið fyrir loftnetið ef enginn jörð er til staðar og straumnum má lýsa sem

$$i(z, t) = I \cos(\omega t) \exp(-i\beta z), \quad 0 \leq z \leq L,$$

þar sem $\beta = \omega/u$ og u er hraði ljóssins.

English: Straight traveling-wave antenna is such that one end is fed by a current generator and the other ends in a grounding resistance R_L . We imagine the antenna lies on the z -axis with the current source in $z = 0$ and the other end at $z = L$. The traveling-wave name comes from the fact that the terminal resistor prevents reflected current from the other end and a wave travels with the speed of light along the antenna. Calculate the far electrical field of the antenna neglecting the grounding plane if the current can be described by

$$i(z, t) = I \cos(\omega t) \exp(-i\beta z), \quad 0 \leq z \leq L,$$

where $\beta = \omega/u$ and u is the speed of light.