

EÐL401G Rafsegulfræði 1

Miðvikudaginn 2. maí 2012, kl. 13:30-16:30. Kennarar: Viðar Guðmundsson og Hrefna M. Gunnarsdóttir.

Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, vasareiknivél, og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng ásamt nótum kennara og nemanda.

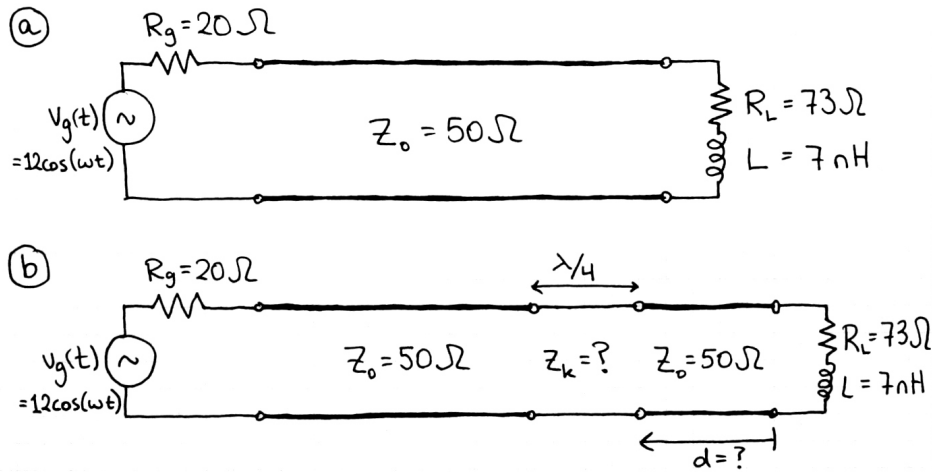
Í prófinu eru 6 verkefni sem öll vega jafnt. Skrifid skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Langur þunnur leiðari með línuhleðslu ρ_l liggur í fjarlægð d frá stórrí sléttri málmlötu.
 - (a) Reiknið rafstöðumættið.
 - (b) Finnið rafsviðið.
 - (c) Finnið hleðsludreifinguna á yfirborði málmlötunnar.
 - (d) Hvað er hægt að segja um heildarhleðslu málmlötunnar?

English: Long thin conductor with linear charge ρ_l lies at distance d from a large flat metal plate.

- (a) Calculate the electrostatic potential.
- (b) Find the electrical field.
- (c) Find the charge distribution on the metal plate.
- (d) What can be stated about the total charge of the metal plate?

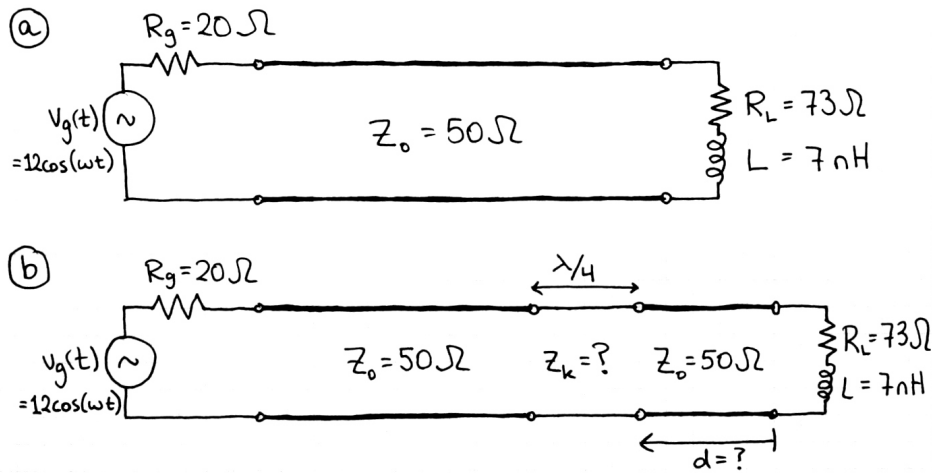
2. Íslenska: Rás er keyrð með aflgjafa sem hefur $v_g(t) = 12 \cos(\omega t)$ V með tíðni 1 GHz.



Innra viðnám aflgjafans er $R_g = 20 \Omega$. Taplaus merkjaflutningslína með kenniviðnám $Z_0 = 50 \Omega$ og lengd $l \gg \lambda$ tengir saman aflgjafann og álag sem samanstendur af viðnámi, $R_L = 73 \Omega$, og spólu, $L = 7 \text{ nH}$.

- Skoðið rásina á mynd a). Finnið endurvarpsstuðulinn við álagið, Γ , og standbylgjuhlutfallið, S , á línunni.
- Til að vernda aflgjafann fyrir endurvörpum frá álaginu, þá er ákveðið að aðhæfa álag og línu með því að splæsa taplausum kvartbylgju-breyti inn í 50Ω línuna, eins nálægt álaginu og hægt er, sjá mynd b).
 - Útskýrið hvernig kvartbylgju-breytirinn kemur í veg fyrir endurvörp í átt að aflgjafanum og af hverju breytirinn getur ekki verið alveg við álagið. Skilgreinið öll þau innsamviðnám sem þörf er á.
 - Finnið fjarlægðina frá álaginu að kvartbylgju-breytinum, d , og kennisamviðnám kvartbylgju-breytisins, Z_k .
 - Hver eru standbylgjuhlutföllin á 50Ω línubútunum eftir aðhæfingu?

English: A circuit is driven by a power source with $v_g(t) = 12 \cos(\omega t)$ V, and a frequency of 1 GHz.



Its internal resistance is $R_g = 20 \Omega$. A lossless transmission line with characteristic impedance $Z_0 = 50 \Omega$ and length $l \gg \lambda$ connects the source and the load, which consists of a resistor, $R_L = 73 \Omega$, and an inductor, $L = 7 \text{ nH}$.

- (a) For the circuit in figure a): Find the load reflection coefficient, Γ , and the standing wave ratio, S , on the line.
- (b) To protect the power source from reflections from the load, a lossless quarter-wave transformer is inserted into the 50Ω transmission line as close to the load as possible, to match the load and the line, see figure b).
 - i. Explain how the quarter-wave transformer eliminates reflections towards the source, and why it has to be located slightly away from the load. Define all relevant input impedances.
 - ii. Find the distance, d , between the load and the quarter-wave transformer, and the characteristic impedance of the quarter-wave transformer, Z_k .
 - iii. Find the standing wave ratios on the 50Ω line-segments after matching.

3. **Íslenska:** Langur sívalur leiðari með geisla a ber straumbéttleikann

$$j(r) = j_0 \cos\left(\frac{\pi r}{2a}\right).$$

- (a) Finnið heildarstrauminn í leiðaranum.
- (b) Finnið segulflæðisviðið \mathbf{B} utan leiðarans.
- (c) Finnið segulflæðisviðið \mathbf{B} innan leiðarans.

English: A long straight cylindrical conductor of radius a has a current distribution

$$j(r) = j_0 \cos\left(\frac{\pi r}{2a}\right).$$

- (a) Find the total current in the conductor.
- (b) Find the magnetic flux density \mathbf{B} outside the conductor.
- (c) Find the magnetic flux density \mathbf{B} inside the conductor.

4. **Íslenska:** Athugið tvo samskonar þunna koparhringi með geisla a og viðnám R . Annar er samsíða og beint yfir hinum í fjarlægð $d \gg a$. Vaxandi straumur $I = I_0 t / \tau$ er í neðri hringnum. Horfið fram hjá sjálfspani hvors hringis og gerið eðlilegar rökstuddar nálganir.

- (a) Finnið segulvægi neðri hringisins.
- (b) Finnið segulflæðið um efri hringinn.
- (c) Finnið íspennuna og spanaða strauminn í efri hringnum.
- (d) Finnið kraftinn milli hringjanna. Er það fráhrindi- eða aðdráttarkraftur?

English: Consider two identical thin rings of copper with radii a and resistance R . One is placed parallel to and directly above the other at a distance $d \gg a$. An increasing current $I = I_0 t / \tau$ is applied in the lower ring. Neglect the self-inductance of each ring and make appropriate justified approximations.

- (a) Find the magnetic dipole moment of the lower ring.
- (b) Find the magnetic flux through the upper ring.
- (c) Find the induced EMF and the current in the upper ring.
- (d) Find the force between the rings. Is it repulsive or attractive?

5. **Íslenska:** Hugsum okkur kjörþétti gerðan úr stórum samsíða hringlaga plötum. Geisli platnanna er miklu stærri en geilin milli þeirra, $a \gg d$. Í „Eðlisfræði 2“ var reiknað hvers konar segulsvið myndast milli platnanna þegar þéttirinn er hlaðinn eða þegar hann var tengdur við riðstraumgjafa. Þá var venjulega vitnað til tímaóháðu lausnarinnar og gert ráð fyrir að $\mathbf{E} = E(t)\mathbf{a}_z$ og segulsvið fékkst í \mathbf{a}_ϕ stefnu. Hér eru notuð sívalningshnit með r mælt frá miðju þéttis, z mælt hornrétt frá annarri plötunni að hinni og ϕ hornrétt á z og r . Nú getum við séð að þetta er aðeins nálgun þó öllum jaðarhrifum sé sleppt. Þéttirinn er tengdur við riðstraumgjafa. Skoðum jöfnur Maxwells án uppsprettuliða fyrir fasora inni í þéttinum.

- (a) Gerum ráð fyrir því að $\mathbf{E} = E(r, z)\mathbf{a}_z$ og $\mathbf{B} = B(r, z)\mathbf{a}_\phi$. Finnið fjórar jöfnur fyrir $E(r, z)$ og $B(r, z)$ og sýnið að þær leyfa ekki lausnina úr „Eðlisfræði 2“ nema í sértilfelli.
- (b) Hvert er þetta sér tilfelli og hvenær verður lausnin úr „eðlisfræði 2“ léleg nálgun?

Ekki er beðið um lausn á jöfnunum og rétt er að nefna að þær sýna að lausnirnar eru óháðar z .

English: Consider a large ideal circular plate capacitor of radius a and plate separation $d \ll a$. In “Physics 2” we calculated the magnetic flux field formed between the plates when the capacitor was charged or connected to an AC source. Then we cited the static solution and assumed that $\mathbf{E} = E(t)\mathbf{a}_z$ and the magnetic flux field emerged in the \mathbf{a}_ϕ direction. Here we use cylinder coordinates and measure r from the center of the capacitor, z perpendicular from one plate to the other, and ϕ perpendicular to z and r . Now we can see that this is an approximation even if we neglect fringing effects at the edges of the plates. The capacitor is hooked up to an AC source. Consider the Maxwells equations without source terms for phasors inside the capacitor.

- (a) Assume that $\mathbf{E} = E(r, z)\mathbf{a}_z$ and $\mathbf{B} = B(r, z)\mathbf{a}_\phi$. Find four equations for $E(r, z)$ and $B(r, z)$ and show that they do not admit the solution from “Physics 2” except as a special case.
- (b) What is this special case, and when is the solution from “Physics 2” not a good approximation?

You do not have to find the solution of the equations, and it is fair to mention that they do not depend on z .

6. **Íslenska:** Hugsum okkur rafsvarakúlu með einsleita skautun \mathbf{P} .

- (a) Finnið yfirborðsskautunarhleðslu kúlunnar ρ_{ps} .
- (b) Reiknið skautunarhleðsludreifinguna inni í kulunni ρ_p .
- (c) Hvert er rafsviðið í miðju kúlunnar?

English: Consider a dielectric sphere with uniform polarization \mathbf{P} through its volume.

- (a) Derive its surface polarization charge density ρ_{ps} .
- (b) Find the volume polarization charge density ρ_p of the sphere.
- (c) Calculate the electric field at the center of the sphere.