

Háskóli Íslands
Raunvísindadeild
Námsbraut í eðlisfræði

EÐL401G Rafsegulfræði 1

Þriðjudaginn 5. júní 2012, kl. 09:00-12:00. Kennarar: Viðar Guðmundsson og Hrefna M. Gunnarsdóttir.

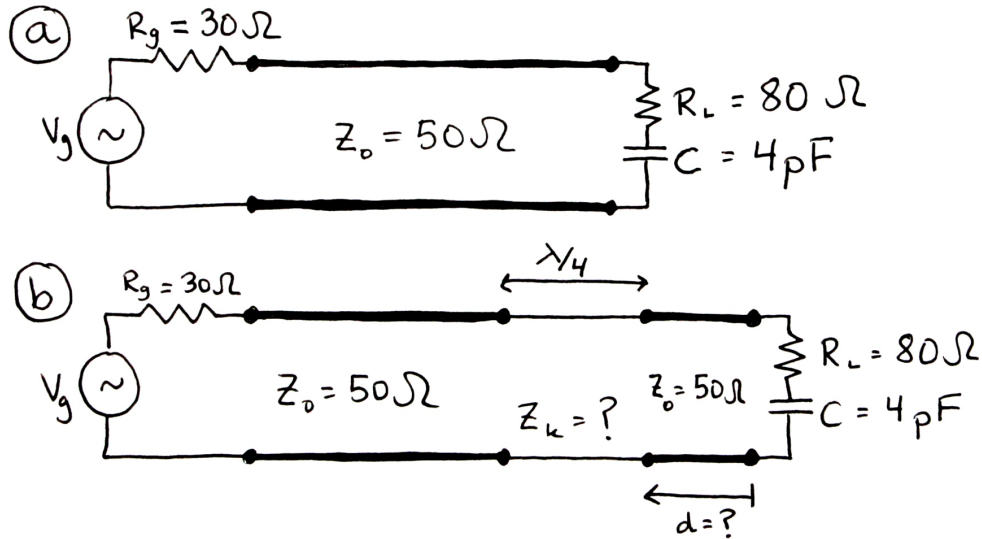
Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, hringfari, vasareiknivél, og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng ásamt nótum kennara og nemanda.

Í prófinu eru 6 verkefni sem öll vega jafnt. Skrifid skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Tveimur mjög stórum málmplötum er haldið í fjarlægð d frá hvorri annarri. Önnur er við rafstöðumættið 0, en hin við V_0 . Málmkúlu með geisla $a \ll d$ er skipt í tvennt. Annað hvelið er sett á jarðbundnu plötuna og er því einnig við mættið 0. Bilið milli málmplatanna er fyllt með illa leiðandi efni með eðlisleiðni σ . Hve mikill straumur flæðir til hvelsins?

English: Two very large metal plates are held a distance d apart, one at potential 0, the other at potential V_0 . A metal sphere of radius $a \ll d$ is sliced in two, and one hemisphere placed on the grounded plate, so that its potential is likewise 0. If the region between the plates is filled with poorly conducting material of uniform conductivity σ , what current flows to the hemisphere?

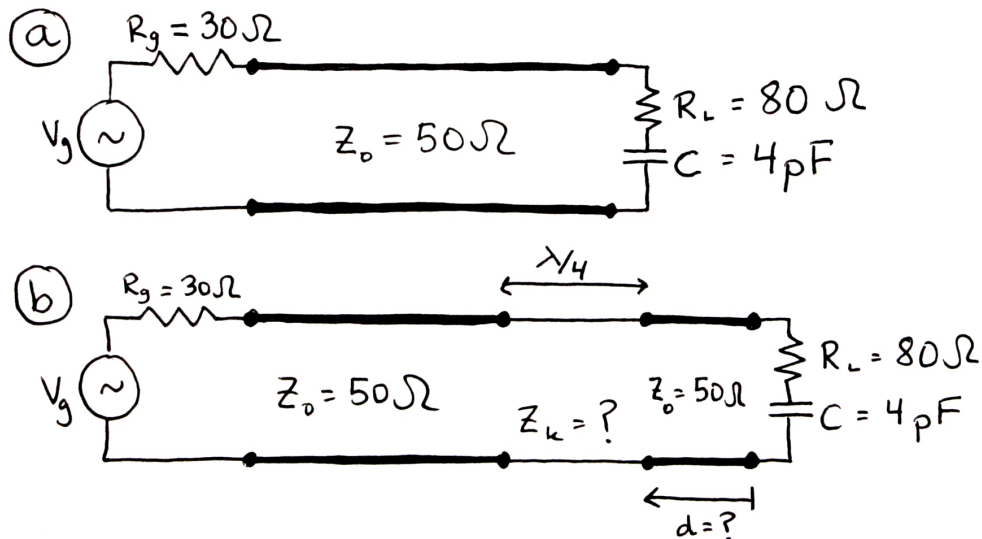
2. Íslenska: Rás er keyrð með aflgjafa sem hefur $v_g(t) = 12 \cos(\omega t)$ V með tíðni 1 GHz.



Innra viðnám aflgjafans er $R_g = 30 \Omega$. Taplaus merkjaflutningslína með kenniviðnám $Z_0 = 50 \Omega$ og lengd $l \gg \lambda$ tengir saman aflgjafann og álag sem samanstendur af viðnámi, $R_L = 80 \Omega$, og þétti, $C = 4 \text{ pF}$.

- Skoðið rásina á mynd a). Finnið endurvarpsstuðulinn við álagið, Γ , og standbylgjuhlutfallið, S , á línunni.
- Til að vernda aflgjafann fyrir endurvörpum frá álaginu, þá er ákveðið að aðhæfa álag og línu með því að splæsa taplausum kvartbylgju-breyti inn í 50Ω línuna, eins nálægt álaginu og hægt er, sjá mynd b).
 - Útskýrið hvernig kvartbylgju-breytirinn kemur í veg fyrir endurvörp í átt að aflgjafanum og af hverju breytirinn getur ekki verið alveg við álagið. Skilgreinið öll þau innsamviðnám sem þörf er á.
 - Finnið fjarlægðina frá álaginu að kvartbylgju-breytinum, d , og kennisamviðnám kvartbylgju-breytisins, Z_k .
 - Hver eru standbylgjuhlutföllin á 50Ω línubútunum eftir aðhæfingu?

English: A circuit is driven by a power source with $v_g(t) = 12 \cos(\omega t)$ V, and a frequency of 1 GHz.



Its internal resistance is $R_g = 30 \Omega$. A lossless transmission line with characteristic impedance $Z_0 = 50 \Omega$ and length $l \gg \lambda$ connects the source and the load, which consists of a resistor, $R_L = 80 \Omega$, and an inductor, $C = 4 \text{ pF}$.

- For the circuit in figure a): Find the load reflection coefficient, Γ , and the standing wave ratio, S , on the line.
- To protect the power source from reflections from the load, a lossless quarter-wave transformer is inserted into the 50Ω transmission line as close to the load as possible, to match the load and the line, see figure b).
 - Explain how the quarter-wave transformer eliminates reflections towards the source, and why it has to be located slightly away from the load. Define all relevant input impedances.
 - Find the distance, d , between the load and the quarter-wave transformer, and the characteristic impedance of the quarter-wave transformer, Z_k .
 - Find the standing wave ratios on the 50Ω line-segments after matching.

3. **Íslenska:** Jafnhlaðinn diskur með geisla a og heildarhleðslu Q snýst um eigin ás með hornhraða ω . Finnið segulvægi disksins.

English: A uniformly charged disk of radius a carrying a charge Q is rotating with angular velocity ω about its axis. Find its magnetic moment.

4. **Íslenska:** Hugsum okkur mjög stóran þrívíðan rafsvara með einsleitri skautun \mathbf{P} . Inni í rafsvaranum er lítið kúlulaga holrúm með geisla a .

- (a) Ákvarðið yfirborðsskautunarhleðsludreifinguna ρ_{ps} á vegg holrúmsins.
- (b) Finnið rúmskautunarhleðsludreifinguna ρ_p í rafsvaranum og í holrúminu.
- (c) Hvert er rafsviðið inni í miðju holrúminu?

English: Consider a large block of a dielectric with a uniform polarization \mathbf{P} . Inside the block is a small spherical cavity with radius a .

- (a) Determine the surface polarization charge density ρ_{ps} on the wall of the cavity.
- (b) Find the volume polarization charge density ρ_p in the block and in the cavity.
- (c) What is the electrical field in the center of the cavity?

5. **Íslenska:** Einsleit slétt bylgja í lofti $E_i(z) = \mathbf{a}_y E_{i0} \exp(-i\beta_0 z)$ fellur hornrétt á skilflöt $z = 0$ við leiðandi efni með rafsvörunarstuðul 2.0 og „taptangent“ 0.1.

- (a) Finnið $E_r(z, t)$, $H_r(z, t)$, $E_t(z, t)$, og $H_t(z, t)$.
- (b) Reiknið vigur Poyntings í loftinu og í efninu.

English: A uniform plane wave in air with $E_i(z) = \mathbf{a}_y E_{i0} \exp(-i\beta_0 z)$ is normally incident on an interface at $z = 0$ with a lossy medium having a dielectric constant 2.0 and a loss tangent 0.1

- (a) Derive $E_r(z, t)$, $H_r(z, t)$, $E_t(z, t)$, and $H_t(z, t)$.
- (b) Calculate the time-average Poynting vector in the air and the lossy medium.

6. **Íslenska:** Hugsum okkur þrívítt svæði þar sem er rafstöðusvið og einnig segulstöðusvið. Sýnið að þó vigur Poyntings þurfi ekki að hverfa þá muni yfirborðsheildið $\mathcal{P} \cdot \mathbf{n}$ alltaf hverfa yfir sérhvern lokaðan flöt innan svæðisins.

English: Consider a region where there is an electrostatic field and a magnetostatic field. Show that although the Poynting vector may be nonzero, the surface integral $\mathcal{P} \cdot \mathbf{n}$ vanishes over an arbitrary closed surface in this region.