

EÐL401G og RAF402G Rafsegulfræði 1

Miðvikudaginn 6. maí 2009, kl. 09:00-12:00.

Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, hringfari og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng. Engar reiknivélar.

Vægi verkefnanna er jafnt. Skrifðu skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Punkteind með hleðslu Q er í fjarlægð d frá óendanlegri kjörleiðandi óhlaðinni jarðbundinni sléttu.
 - (a) Finnið yfirborðshleðsludreifinguna ρ_s sem skautast á leiðandi sléttunni.
 - (b) Sannreynið að heildar skautaða hleðslan sé $-Q$.
 - (c) Reiknið kraftinn sem Q verkar á ρ_s með.
 - (d) Hvernig er þessi kraftur samanborinn við kraftinn milli Q og ímyndar hennar $-Q$?

English: A point particle with charge Q is placed at a distance d from an infinite plane grounded ideal conductor.

- (a) Find the surface polarization charge ρ_s on the infinite plane.
 - (b) Confirm that the total polarized charge is $-Q$.
 - (c) Calculate the force that Q exerts on ρ_s .
 - (d) How is this force compared to the force between Q and its image $-Q$?
2. **Íslenska:** Reiknið viðnámið milli bognu flatanna á hálfri hringskífu. Hún er með þykkt h og eðlisleiðni σ . Innri geislinn er a og sá ytri b .

English: Calculate the resistance of a half-circular washer between its two arched surfaces. It has the thickness h , and conductivity σ . The inner radius is a , and the outer one b .

3. **Íslenska:** Stór efnishella með þykkt d liggur þvert á segulsvið $\mathbf{H}_0 = \mathbf{a}_z H_0$. Af jaðarhrifum slepptum, ákvarðið segulsviðið inni í hellunni;

(a) ef efnið í hellunni er með segulsvörunarstuðul μ ,

(b) ef hellan er fastur segull með seglun $\mathbf{M}_i = \mathbf{a}_z M_i$.

English: A large slab of material of thickness d lies perpendicular to a magnetic field $\mathbf{H}_0 = \mathbf{a}_z H_0$. Neglecting fringe effects, determine the magnetic field inside the slab;

(a) if the material in the slab has a permeability μ ,

(b) if the slab is a permanent magnet with magnetization $\mathbf{M}_i = \mathbf{a}_z M_i$.

4. **Íslenska:** Rafsvið kúlubylgju í tómarúmi er gefið með jöfnunni

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}_\theta \frac{E_0}{R} \sin \theta \cos(\omega t - kR).$$

(a) Finnið samsvarandi segulsvið \mathbf{H} .

(b) Finnið meðalgildi vigur Poyntings.

(c) Finnið meðalgildi heildaraflsins.

English: The electrical field of a spherical wave in free space is given by the equation

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}_\theta \frac{E_0}{R} \sin \theta \cos(\omega t - kR).$$

(a) Determine the corresponding magnetic field \mathbf{H} .

(b) Determine the time-average Poynting vector.

(c) Determine the total time-average power.

Dæmi aðeins fyrir EÐL401G (nema í raunvísindadeild)

5. **Íslenska:** Lotubundinn straumur í tíma $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ flæðir um einsleitan lítinn hring með geisla $b \ll \lambda$ í xy -sléttu.

- (a) Finnið geislunarviðnám R_r segultvískautsins.
- (b) Finnið jöfnu fyrir nýtni loftnetsins η_r , ef hringurinn er með þversniðsgeisla a og eðlisleiðni σ .
- (c) Hvernig má auka nýtni loftnetsins með sömu vírtegund?
- (d) Hverju lýsir R_r ?

English: Time-harmonic current $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ flows in a homogeneous small circular loop with radius $b \ll \lambda$ in the xy -plane.

- (a) Find the radiation resistance R_r of the magnetic dipole.
- (b) Obtain an expression for the radiation efficiency η_r , if the loop is made of a wire with conductivity σ and cross section radius a .
- (c) How can the efficiency of the antenna be increased with the same wire type?
- (d) What is R_r describing?

Dæmi aðeins fyrir RAF402G (verkfræðinema)

6. **Íslenska:** Fæðilína er tapslaus og hefur bylgjuviðnámið $Z_0 = 100 \Omega$, sem er raunviðnám. Gerum ennfremur ráð fyrir að bylgjuhraði eftir línunni sé jafn hraða ljóssins, $3 \cdot 10^8$ m/s. Lengd línunnar, L , er 300 m.
- (a) Línunni er skammhleyppt við annan endann. Við hinn enda línunnar er tengdur 90 V jafnspennugjafi gegnum 50Ω viðnám við tímann $t = 0$ og við þetta breiðist spenna út eftir línunni. Teiknið dreifingu spennu eftir lengd línunnar við tímann $t = 2,5$ míkrósekúndur, sýnið spennugildin sem þar koma fyrir og pólun þeirra á því andartaki.
 - (b) Skammhlaupið við enda línunnar er nú rofið, en samviðnám $Z_L = 50 + j60 \Omega$ er í staðinn tengt sem álag við enda línunnar. Notið Smith kort til að áætla samleiðnina $Y_L = 1/Z_L$. Notið kortið einnig til að ákvarða fjarlægðina d (mæld í bylgjulengdum) sem þarf að fara frá álagsendanum til að mæla hreint raunviðnám inn í línuna. Hvert verður þetta raunviðnám, G (Ω)? Skráið tölulegu gildin fyrir þessar þrjár stærðir (Y_L , d og G) og sýnið einnig hvernig þær eru fundnar á Smith kortinu.

English: A transmission line is lossless and has the characteristic impedance $Z_0 = 100 \Omega$, which is resistive. Assume that the propagation speed along the line is equal to the speed of light, $3 \cdot 10^8$ m/s. The length of the line, L , is 300 m.

- (a) The transmission line is short circuited at one end. A 90 V DC voltage source is connected to the line at the other end through a 50Ω resistor at time $t = 0$, which results in a voltage propagating along the line. Draw the voltage distribution along the line at time $t = 2,5$ microseconds, show the voltages that occur on the line and their polarities at that instance.
- (b) Now the short circuit at the end of the line is removed and replaced with a load impedance $Z_L = 50 + j60 \Omega$. Use a Smith chart to determine the admittance $Y_L = 1/Z_L$. Also, use the chart to determine the distance d (measured in wavelengths) from the load, at which a pure resistance will be measured into the line. Determine the value of this resistance, G (Ω). Present the numerical values estimated for these three quantities (Y_L , d and G), and indicate also how they are determined on the Smith chart.

