

08.31.05 og 09.21.47 Rafsegulfræði 1

Sjúkra- og upptökupróf 2008, próftími er 3 klukkustundir.

Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, hringfari, reiknivélar og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng. Grafískar reiknivélar skulu núllstilltar í upphafi prófs.

Vægi allra verkefna er jafnt. Skrifðu skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Milli samsíða efri og neðri leiðandi plötu plötupéttis er geil að breidd d . Efri plötunni er haldið við spennu V_0 og hinni við 0. Rafsvara með rafsvörunarstuðul 6.0 og einsleita þykkt $0.8d$ er komið fyrir á neðri plötunni. Ákvarðið eftirtaldir stærðir, ef við sleppum bognun rafsviðsins við jaðar þéttisins,
 - (a) rafstöðumættið og rafsviðið í rafsvaranum,
 - (b) rafstöðumættið og rafsviðið í loftinu milli rafsvarans og efri plötunnar,
 - (c) yfirborðshleðsluþéttleikann á efri og neðri plötunni.

English: The upper and lower conducting plates of a large parallel-plate capacitor are separated by a distance d and maintained at potentials V_0 and 0, respectively. A dielectric slab of dielectric constant 6.0 and uniform thickness $0.8d$ is placed over the lower plate. Assuming negligible fringing effects, determine

- (a) the potential and electric field distribution in the dielectric slab,
- (b) the potential and electric field distribution in the air space between the dielectric slab and the upper plate,
- (c) the surface charge densities on the upper and the lower plate.

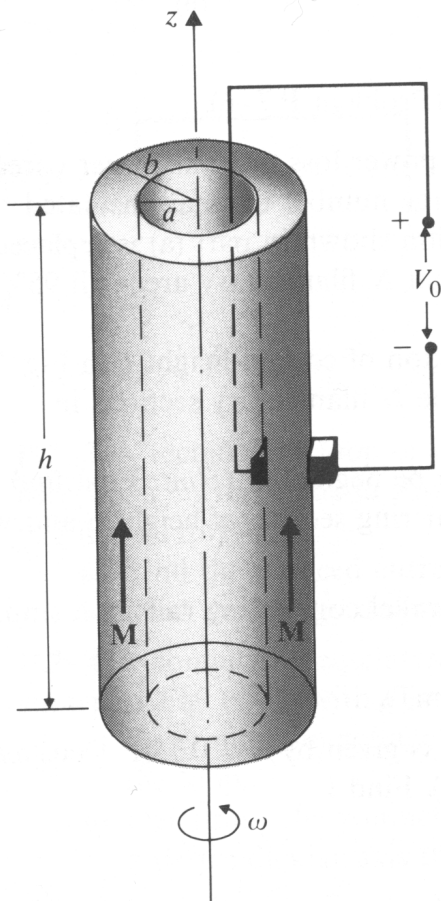
2. **Íslenska:** Geilin milli tveggja samsíða leiðandi platna með flatarmál S er fyllt með misleitu ómsku leiðandi efni með leiðni sem vex línulega frá σ_1 á annarri plötunni ($y = 0$) að σ_2 í hinnari plötunni ($y = d$). Jafnspennunumur V_0 er settur milli platananna.

- (a) Ákvarðið heidarviðnámið milli platananna.
- (b) Ákvarðið yfirborðshleðsluþéttleikann á plötunum.
- (c) Ákvarðið rúmhleðsluþéttleikann og heildarhleðsluna milli platananna

English: The space between two parallel conducting plates each having an area S is filled with an inhomogeneous ohmic medium whose conductivity varies linearly from σ_1 at one plate ($y = 0$) to σ_2 at the other plate ($y = d$). A d-c voltage V_0 is applied across the plates.

- (a) Determine the total resistance between the plates.
- (b) Determine the surface charge densities on the plates.
- (c) Determine the volume charge density and the total amount of charge between the plates.

3. **Íslenska:** Holur sívalur segull með innri geisla a og ytri geisla b snýst um eigin ás með hornþíðninni ω . Segullinn er með einsleita seglun samsíða ás sínum $\mathbf{M} = \mathbf{a}_z M_0$. Burstasneritur nema við innri og ytri flöt segulsins eins og sýnt er á myndinni. Ef $\mu_r = 5000$ og $\sigma = 10^7$ S/m fyrir segulinn, finnið



- \mathbf{H} og \mathbf{B} í seglinum,
- spennuna V_0 í opnu rásinni,
- strauminn í lokuðu rásinni.

English: A hollow cylindrical magnet with inner radius a and outer radius b rotates about its axis at an angular frequency ω . The magnet has a uniform axial magnetization $\mathbf{M} = \mathbf{a}_z M_0$. Sliding brush contacts are provided at the inner and outer surfaces as shown in the figure. Assuming that $\mu_r = 5000$ and $\sigma = 10^7$ S/m for the magnet, find

- \mathbf{H} and \mathbf{B} in the magnet,
- the open-circuit voltage V_0 ,
- the short-circuit current.

4. **Íslenska:** Fyrir infallandi bylgju með samsíða skautun:

- (a) Finnið tengsl markhornsins θ_c og Brewster hornsins $\theta_{B||}$ fyrir ósegulvirkt efni.
- (b) Skissið upp graf af θ_c og $\theta_{B||}$ sem falli af hlutfallinu ϵ_1/ϵ_2 .

English: For an incident wave with parallel polarization:

- (a) Find the relation between the critical angle θ_c and the Brewster angle $\theta_{B||}$ for nonmagnetic media.
- (b) Sketch θ_c and $\theta_{B||}$ versus the ratio ϵ_1/ϵ_2 .

Dæmi aðeins fyrir 09.21.47 (nema í raunvísindadeild)

5. **Íslenska:** Samsett loftnet er gert úr einföldu tvískauti Hertz með lengd L eftir z -ás og einföldu segultvískauti með flatarmáli S í xy -sléttunni. Jafnstór hreintóna straumur I_0 með horn tíðni ω flýtur um bæði tvískautin.

- (a) Sannreynið að fjærsvið samsetta loftnetsins sé sporbaugsskautað.
- (b) Ákvarðið skilyrði þess að fjærsviðið sé hringskautað.

English: A composite antenna consists of an elemental Hertzian electric dipole of length L along the z -axis and an elemental magnetic dipole of area S lying in the xy -plane. Equal time-harmonic currents of amplitude I_0 and angular frequency ω flow in the dipoles.

- (a) Verify that the far-field of the composite antenna is elliptically polarized.
- (b) Determine the condition for circular polarization for the far field.

Dæmi aðeins fyrir 08.31.05 (verkfræðinema)

6. **Íslenska:** Hanna skal tveggja víra merkjaflutningslínu milli tveggja staða sem eru í 100 km fjarlægð hvor frá öðrum. Við reikningana þarf að gera ráð fyrir tapi vegna viðnáms víranna en gera má ráð fyrir að rafsvaratöp séu óvera. Gera má ráð fyrir litlu tapi á línunni þ.e. Z_0 má nálga sem rauntölu og α er lítið.

Fyrir línu úr tveim samsíða vírum, er spanið á lengdareiningu gefið með

$$L' = \frac{\mu}{\pi} \cosh^{-1} \left(\frac{d}{2a} \right)$$

þar sem d er aðskilnaður víranna og a er radíi víranna.

- Vírarnir tveir eru steypdir í þykka plastkápu til að auka vélrænan styrk. Hlutfallslegur rafsvörunarstuðull plastsins er 5. Hve lengi eru upplýsingar að berast frá upphafspunkti til áfangastaðar ?
- Leiða skal út jöfnu fyrir útbreiðslufasta línunnar. Gera skal ráð fyrir $R' \ll \omega_0 L'$, þar sem ω_0 er vinnutíðnin.
- Ef fjarskipti yfir línuna eiga að ganga, hvert er þá hæsta þolanlega viðnám línunnar á lengdareiningu ef minnsta merki sem nema má er $6\mu\text{V}$ og vírarnir bráðna ef straumurinn fer yfir 5 A. Gera skal ráð fyrir að kennisamviðnám línunnar sé 600Ω .
- Ákvarða skal radía víranna og aðskilnað þeirra ef ofangreind skilyrði eiga að vera uppfyllt. Fyrir þá sem ekki gátu reiknað lið (c) má gera ráð fyrir að $\alpha = 1 \times 10^{-6} \text{ Np/m}$ og að leiðni víranna sé $\sigma = 10^7 \text{ S/m}$.

English: Design a two-wire communication link between two points separated by 100 km. In your calculation, consider the losses due to resistivity of the wires but ignore the dielectric losses. Invoke a low loss approximation, e.g. Z_0 is approximately real and α is small.

For a two-wire line, the inductance per unit length is given by

$$L' = \frac{\mu}{\pi} \cosh^{-1} \left(\frac{d}{2a} \right)$$

where d is the separation between the wires and a is the wire radius.

- The two wires are embedded in a thick plastic casing for mechanical support. The relative dielectric constant of the plastic is 5. How long does it take to send information from origin to destination ?
- Derive an expression for the propagation constant of the line. Assume $R' \ll \omega_0 L'$, where ω_0 is the operating frequency.

- (c) In order to communicate over this distance, specify the maximum tolerable resistance per unit length if the minimum detectable signal is $6\mu\text{V}$ while the wires melt if the current exceeds 5 A. Assume the characteristic impedance of the line is $600\ \Omega$.
- (d) Specify the wire radius and separation to satisfy the previous conditions. If you were not able to solve the previous problem, assume that $\alpha = 1 \times 10^{-6}$ Np/m. Assume that the conductivity of the wire $\sigma = 10^7$ S/m.