

Háskóli Íslands
Raunvísindadeild
Eðlisfræðiskor

08.31.05 og 09.21.47 Rafsegulfræði 1

Föstudaginn 17. ágúst 2007, kl. 13:30 - 16:30.

Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, reiknivélar og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng. Grafískar reiknivélar skulu núllstilltar í upphafi prófs.

Vægi allra verkefna er jafnt. Skrifðu skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við.

1. **Íslenska:** Tvær sammiðja leiðandi kúluskeljar hafa geisla R_1 og R_2 og eru með spennu V_1 and V_2 . Finnið $V(\mathbf{r})$ milli kúluskeljanna og sannreynið að lausnin uppfylli $\nabla^2 V = 0$.

English: Two concentric spherical conducting shells of radii R_1 and R_2 have potentials V_1 and V_2 , respectively. Find $V(\mathbf{r})$ between the shells and verify $\nabla^2 V = 0$ explicitly.

2. **Íslenska:** Línuhleðslu λ er komið fyrir á jaðri kyrrstæðs hjóls með geisla b , sem getur snúist frjálst lárétt í xy -sléttu. Samsíða snúningsásnum er fast einsleitt segulsvið $\mathbf{B} = B\mathbf{a}_z$. Hjólið er úr einangrandi efni. Skyndilega er slökkt á segulsviðinu.

- (a) Hvað gerist?
- (b) Reiknið vægið á hjólið.
- (c) Reiknið hverfiþungann sem hjólið tekur við.
- (d) Er eitthvað einkennilegt við niðurstöðurnar?

English: A line charge λ is glued to the rim of a stationary wheel of radius b , which is then suspended to rotate freely in the horizontal xy -plane. Parallel to the axis of rotation there is a constant magnetic field $\mathbf{B} = B\mathbf{a}_z$. The wheel itself is made of nonconducting material. Suddenly someone turns the magnetic field off.

- (a) What happens?
- (b) Calculate the total torque on the wheel.
- (c) Calculate the angular momentum imparted to the wheel.
- (d) Is there anything unusual you notice in your solution?

3. **Íslenska:** Athugum tvær tengdar rafrásir með sjálfspan L_1 og L_2 , sem bera strauma I_1 og I_2 . Víxlspan rásanna er M .

- (a) Finnið hlutfall straumanna I_1/I_2 sem leiða til lágmarkunar á segulorkunni W_m .
- (b) Sýnið að $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$.

English: Consider two coupled circuits, having self-inductances L_1 and L_2 , that carry currents I_1 and I_2 , respectively. The mutual inductance between the circuits is M .

- (a) Find the ratio I_1/I_2 that makes the stored magnetic energy W_m a minimum.
- (b) Show that $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$.

4. **Íslenska:** Ákvarðið orkuburðarhraða TE_n háttar bylgjustokks án orkutaps sem gerður er úr tveimur samsíða málmplötum. Táknið hann við þröskuldstíðni stokksins.

English: Determine the energy-transport velocity of the TE_n mode in a lossless parallel-plate waveguide in terms of its cutoff frequency.

Dæmi aðeins fyrir 09.21.47

5. **Íslenska:** Gerið ráð fyrir því að straumdreifing hálfbylgju tvískauts loftnets með strauminntak á miðju loftnetinu sem liggur á z -ás sé $I_0 \cos(\beta z)$, þar sem $\beta = \omega/c = 2\pi/\lambda$.

- (a) Finnið hleðsludreifinguna á tvískautinu.
- (b) Finnið hleðsludreifinguna á tvískautinu ef straumdreifingin væri þríhyrningslaga

$$I(z) = I_0 \left(1 - \frac{4}{\lambda}|z|\right).$$

English: Assume the spatial distribution of the current in a center-fed half-wave dipole lying along the z -axis to be $I_0 \cos(\beta z)$, where $\beta = \omega/c = 2\pi/\lambda$.

- (a) Find the charge distribution on the dipole.
- (b) Find the charge distribution on the dipole if the current distribution is changed to a triangular function

$$I(z) = I_0 \left(1 - \frac{4}{\lambda}|z|\right).$$

Dæmi aðeins fyrir 08.31.05

6. **Íslenska: Kvarthylgju-aðhæfing.** Þegar örbylgjur eru notaðar er oft þörf á mjög lágum gildum á S yfir breitt tíðnisvið. Rásirnar tvær sem eru sýndar hér að neðan eru hannaðar til að aðhæfa álag sem hefur $Z_L = R_L = 400 \Omega$ við línu sem hefur $Z_0 = 50 \Omega$ við 900 MHz. Önnur rásin er loftfylltur sammiðja kvarthylgjuspennir, og hin samanstendur af tveimur loftfylltum sammiðja kvarthylgjuspennum sem eru hvor á eftir öðrum.

- (a) Hanna skal báðar rásirnar. Gera skal ráð fyrir að $Z_{Q1}Z_{Q2} = Z_0Z_L$ fyrir neðri rásina.
- (b) Bera skal saman bandbreidd rásanna tveggja með því að reikna S fyrir hvora línu við tíðnir sem eru 15 % ofan og neðan við hönnunar tíðnina.

English: Quarter-wave matching. Many microwave applications require very low values of S over a broad band of frequencies. The two circuits shown in the figure below are designed to match a load of $Z_L = R_L = 400 \Omega$ to a line with $Z_0 = 50 \Omega$ at 900 MHz. The first circuit is an air-filled coaxial quarter-wave transformer, and the second circuit consist of two air-filled coaxial quarter-wave transformers cascaded together.

- (a) Design both circuits. Assume $Z_{Q1}Z_{Q2} = Z_0Z_L$ for the second circuit.
- (b) Compare the bandwidth of the two circuits designed by calculating S on each line at frequencies 15 % above and below the design frequency.

