Háskóli Íslands
Raunvísindadeild
Námsbraut í eðlisfræði

RAF402G Rafsegulfræði

Miðvikudaginn 4. maí 2016, kl. 13:30-16:30. Kennari: Viðar Guðmundsson og Kristinn Andersen.

Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, vasareiknivél, og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng ásamt nótum kennara og nemanda.

Í prófinu eru 5 verkefni sem öll vega jafnt. Skrifið skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefnin eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska**: Undanfarin ár hefur áhugi manna beinst að nanóvírum. Unnið er að því að nota þá sem nanóloftnet og leitað er að margs konar hlutverkum fyrir þá. Hugsum okkur einn þannig með sívalningslögun og endanlega lengd L. Geisli hans er a. Langás vírsins liggur í z-ás sívalnings hnitakerfis. Hann ber seglun þvert á langásinn sem lýst er með $\mathbf{M} = M_0\hat{\mathbf{a}}_x$.

   (a) Umskrifið seglunina í sívalningshnit.

   (b) Reiknið jafngildar segulhleðslur fyrir yfirborð og bol vírsins.

   (c) Finnið heildarsegulhleðslu vírsins.

   (d) Reiknið jafngilda seglunarstrauma vírsins fyrir bol og yfirborð.

   (e) Lýsið og rissið upp mynd af jafngildu straumunum.

   English: In the last years the interest has been growing in nanowires. Work is underway to use them as nanoantennae, and many other roles are being sought for them. We imagine a cylindrical nanowire with finite length L. Its radius is a. The symmetry axis of the wire is along the z-axis of a cylindrical coordinate system. It carries a magnetization perpendicular to its symmetry axis that is described by $\mathbf{M} = M_0\hat{\mathbf{a}}_x$.

   (a) Express the magnetization in cylindrical coordinates.

   (b) Calculate the equivalent magnetic charges for the surface and the bulk.

   (c) Find the total equivalent magnetic charge of the wire.

   (d) Calculate the equivalent magnetization currents for the surface and the bulk.

   (e) Describe the equivalent currents and sketch a figure of them.

2. **Íslenska**: Segulflæði um hringlaga lykkju með geisla a, sjálfspani L og viðnámi R er $\Phi(t) = \Phi_0\ (\Gamma t)^2 \exp(-\Gamma t)$. Gerum ráð fyrir því að straumur um lykkjuna í upphafi sé $i(0) = i_0$.

   (a) Finnið strauminn um lykkjuna $i(t)$.

   (b) Hve mikil hleðsla hefur flust um hvern punkt lykkjunnar þegar $t \to \infty$?

   (c) Hvernig er heildarhleðsluflutningurinn háður upphafsgildi straumsins?

   English: Magnetic flux through a circular loop with radius a, self-inductance L, and resistance R is $\Phi(t) = \Phi_0\ (\Gamma t)^2 \exp(-\Gamma t)$. We assume the initial current to be $i(0) = i_0$.

   (a) Find the current in the loop $i(t)$.

   (b) How much charge has passed each point of the loop as $t \to \infty$?

   (c) How does the total charge transported depend on the initial value of the current?

3. **Íslenska**: Gegnheil málmkúla með geisla a ber hleðslu Q. Kúlan er húðuð með jafnþykku rafsvarandi lagi með rafsvörunarstuðul ϵ og ytri geisla b. Finnið spennu kúlunnar miðað við að hún sé 0 þegar $R \to \infty$.

   English: Solid metal ball with radius a carries charge Q. The ball is coated with a uniform dielectric layer with dielectric constant ϵ, and outer radius b. Find the potential of the ball compared to 0 as $R \to \infty$.

4. **Íslenska**: Vigursviðið er gefið sem $\mathbf{A} = (-y^3 B, x^3 B, 0)/(2a^2)$ í kartískum hnitum þar sem a hefur víddina lengd. Reiknið segulflæðið um lárétta hringlaga lykkju með geisla b og miðju í miðri x-y-sléttunni. Finnið einnig segulflæðisvið-ið.

   English: The vector potential is given as $\mathbf{A} = (-y^3 B, x^3 B, 0)/(2a^2)$ in Cartesian coordinates, where a has the dimension length. Calculate the magnetic flux through a horizontal circular loop with radius b and a center in the middle of the x-y-plane. Find also the magnetic flux field.

5. **Íslenska**: Merkjalína er tapslaus og hefur kenniviðnámið $Z_0 = 600\ \Omega$, sem er raunviðnám. Gerum jafnframt ráð fyrir bylgjuhraði eftir línunni sé jafn hraða ljóssins, 3×10^8 m/s. Lengd línunnar er $L = 300$ m.

   (a) Álagsviðnám, $400\ \Omega$ er tengt öðrum enda línunnar en hinn endi línunnar er skammhleyptur. Skammhlaupið er stuttlega rofið þar sem línan er tengd 20 V jafnspennugjafa í gegnum $600\ \Omega$ viðnám, í 400 nanósekúndur. Að loknum þessum 400 nanósekúndum er enda línunnar aftur skammhleypt. Þannig berst í upphafi 400 ns spennupúls inn á línuna.

   Rissið dreifingu spennu eftir lengd línunnar, þ.e. teiknið gröf sem sýna spennuna V á línunni sem fall af fjarlægðinni z frá jafnspennugjafanum, við eftirfarandi fimm tímapunkta: $t = 0,8$ míkrósekúndur, $1,1$ míkrósekúndu, $1,9$ míkrósekúndur, $3,1$ míkrósekúndur, 1 mínútu.

   (b) Nú er skammhlaupið fjarlægt af enda línunnar og sendir tengdur við endann. Jafnframt er $600\ \Omega$ viðnámið fjarlægt frá hinum enda línunnar og þar er tengt nýtt álagsviðnám $Z_L = 240 + j480\ \Omega$. Sendirinn sendir á tíðninni 1 MHz.

   Notið Smith kort til að ákvarða samleiðnina $Y_L = 1/Z_L$. Notið kortið einnig til að ákvarða fjarlægðina d sem þarf að fara eftir línunni frá álagsendanum til að mæla hreint raunviðnám á línunni. Notið Smith kortið til að áætla þetta raunviðnám, R (Ω). Lægsta gildi spennu á línunni mælist 10 V. Hvert er hæsta gildi spennu sem finnst á línunni?

   English: A transmission line is lossless and has the characteristic impedance $Z_0 = 600\ \Omega$, which is purely resistive. Assume that the propagation speed along the line is equal to the speed of light, 3×10^8 m/s. The length of the line is $L = 300$ m.

   (a) A load resistance of $400\ \Omega$ is connected to one end of the line and the other end is short circuited. The short circuit is momentarily removed and the line is connected to a 20 V DC voltage source through a $600\ \Omega$, for 400 nanoseconds. At the end of the 400 nanoseconds the end of the line is again short circuited. This results in an initial 400 ns voltage pulse propagating along the line.

   Sketch the distribution of the voltage along the line, i.e. draw graphs showing the voltage V on the line as a function of the distance z from the DC voltage source, at the following five time instances: $t = 0,8$ microseconds, $1,1$ microseconds, $1,9$ microseconds, $3,1$ microseconds, 1 minute.

   (b) Now the short circuit is removed and a transmitter is connected to the end of the line. Furthermore, the $600\ \Omega$ resistor is removed from the other end of the line, and a new load impedance is connected $Z_L = 240 + j480\ \Omega$. The transmitter is operated with a frequency of 1 MHz.

Use a Smith chart to determine the admittance $Y_L = 1/Z_L$. Also, use the chart to determine the distance d from the load along the line, at which a pure resistance will be measured in the line. Use the Smith chart to determine the value of this resistance, R (Ω). The minimum voltage measured on the line is 10 V. What is the maximum voltage on the line?

Nokkur heildi – some integrals

$$\int dx\, e^{-\gamma x} x = -\frac{(\gamma x + 1)e^{-\gamma x}}{\gamma^2}$$

$$\int dx\, e^{-\gamma x} x^2 = -\frac{(\gamma^2 x^2 - 2\gamma x + 2)e^{-\gamma x}}{\gamma^3}$$

$$\int_0^\infty dx\, e^{-\gamma x} = -\frac{1}{\gamma}, \quad \int_0^\infty dx\, e^{-\gamma x} x = -\frac{1}{\gamma^2}, \quad \int_0^\infty dx\, e^{-\gamma x} x^2 = -\frac{2}{\gamma^3}$$

$$\int_0^{2\pi} d\phi\, \cos^2(\phi) = \pi, \quad \int_0^{2\pi} d\phi\, \sin^2(\phi) = \pi$$

$$\int_0^{2\pi} d\phi\, \cos^3(\phi) = 0, \quad \int_0^{2\pi} d\phi\, \sin^3(\phi) = 0$$

$$\int_0^{2\pi} d\phi\, \cos^4(\phi) = \frac{3\pi}{4}, \quad \int_0^{2\pi} d\phi\, \sin^4(\phi) = \frac{3\pi}{4}$$

The Complete Smith Chart

Black Magic Design