

EÐL401G Rafsegulfræði 1

Upptöku- og sjúkrapróf í júní 2014. Kennari: Viðar Guðmundsson.

Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri, vasareiknivél, og kennslubókin: „Field and Wave Electromagnetics“ eftir David K. Cheng ásamt nótum kennara og nemanda.

Í prófinu eru 5 verkefni sem öll vega jafnt. Skrifðu skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Þéttir er gerður úr tveimur samhliða kjörleiðandi hringlaga málmskífum með geisla a . Geilin milli málmskífanna er fyllt með einangrandi rafsvara með

$$\epsilon(r) = \epsilon_1 + (\epsilon_2 - \epsilon_1)\frac{r}{a}.$$

Fjarlægðin milli skífanna er $d \ll a$. Finnið rýmd þéttisins án þess að gera ráð fyrir jaðarhrifum.

English: A capacitor is made from two parallel ideally conducting circular metal disks of radii a . The gap between the metal disks is filled by an insulating dielectric with

$$\epsilon(r) = \epsilon_1 + (\epsilon_2 - \epsilon_1)\frac{r}{a}.$$

The distance between the disks is $d \ll a$. Find the capacitance of this capacitor neglecting edge effects.

2. **Íslenska:** Langur gegnheill sívalningur með geisla a ber seglunina $\mathbf{M} = M_0(r/a)^2 \mathbf{a}_\phi$. Finnið \mathbf{B} og \mathbf{H} , sem \mathbf{M} veldur innan og utan sívalningsins.

English: Long solid cylinder with radius a carries the magnetization $\mathbf{M} = M_0(r/a)^2 \mathbf{a}_\phi$. Find \mathbf{B} and \mathbf{H} caused by \mathbf{M} inside and outside the cylinder.

3. **Íslenska:** Rafsegull er gerður úr straumlykkjum ofnum utan um sívalningsjárnkjarna. Rafsegullinn stendur uppréttur og ofan á honum hvílir koparpeningur láréttur. Einfaldur straumpúls er settur á vafningana. Hvað gerist og hvers vegna? Hér þarf ekki að reikna, en í staðinn verður að fær rök með jöfnum og upplýsingum um efniseiginleika.

English: An Electromagnet is made by current loops wound around an iron cylinder core. The electromagnet stands upright with a copper coin lying flat on its end. A simple current pulse is driven through the windings. What happens and why? Here you do not have to calculate, but instead you need to support your case with equations and information about material properties.

4. **Íslenska:** Þéttir er gerður úr tveimur mjög löngum sammiðja örþunnum kjörleiðandi sívalningsskeljum með geislum $a < b$. Lengd skeljanna er $L \gg a, b$. Geilin milli sívalninganna er fyllt með lekum rafsvara með $\epsilon(r) = \epsilon_0 r/a$ og $\sigma(r) = \sigma_0(a/r)^2$. Milli sívalningsskeljanna er sett spenna V_0 . Sleppum jaðarhrifum við enda sívalninganna.

- Finnið leiðni þéttisins.
- Finnið skautunarhleðslur í þéttinum, bol- og yfirborðshleðslur.
- Finnið frjálsar hleðslur í þéttinum, bol- og yfirborðshleðslur.
- Hver er heildar frjálsa hleðslan í þéttinum?
- Hver er heildar skautunarhleðslan í þéttinum?
- Hverjar stærðanna sem finna átti í liðunum hér að framan eru föll af V_0 ? Hvers vegna?

English: Capacitor is made from two very long thin concentric ideally conducting cylinder shells with radii $a < b$. The length of the shells is $L \gg a, b$. The gap between them is filled with a lossy dielectric with $\epsilon(r) = \epsilon_0 r/a$ and $\sigma(r) = \sigma_0(a/r)^2$. An electrostatic potential V_0 is put between the shells. Please, neglect edge effects here at the ends of the shells.

- Find the conductance of the capacitor.
- Find the polarized charges in the capacitor, bulk and surface charges.
- Find the free charges in the capacitor, bulk and surface charges.
- What is the total free charge in the capacitor?
- What is the total polarized charge in the capacitor?
- Which quantities in the items above do depend on V_0 ? Why?

5. **Íslenska:** Oft fjöllum við um eitthvert kerfi í föstu einsleitu segulsviði \mathbf{B} . Sýnið að fyrir fast einsleitt segulsvið sé hægt að skrifa vigrættið sem

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2}(\mathbf{x} \times \mathbf{B}),$$

þar sem \mathbf{x} er þrívíði staðarvigurinn. Eru til fleiri möguleikar fyrir vigrættið \mathbf{A} í þessu tilfalli?

English: We often consider some system in a constant homogeneous magnetic field \mathbf{B} . Show that for a constant homogeneous magnetic field the vector potential can be written as

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2}(\mathbf{x} \times \mathbf{B}),$$

where \mathbf{x} is the three-dimensional position vector. Are there more possibilities to write the vector potential \mathbf{A} in this case?