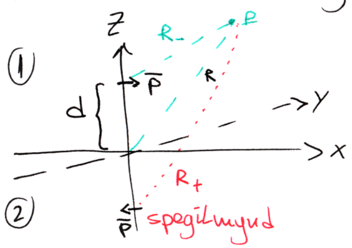
1

① Raftvískaut yfir leiðandi sléttu



Setjum hnitakerfi eins og myndin sýnir

$$R_- = |\bar R - \bar d| \quad , \quad R_+ = |\bar R + \bar d|$$

$\bar p = p_o \cdot \hat a_x$

$$V = V_+ + V_- = -\frac{\hat a_x \cdot \hat a_R P_o}{4\pi\epsilon_o R_+^2} + \frac{\hat a_x \cdot \hat a_R P_o}{4\pi\epsilon_o R_-^2}$$

$$= \frac{P_o \hat a_x \cdot \hat a_R}{4\pi\epsilon_o}\left[-\frac{1}{R_+^2} + \frac{1}{R_-^2}\right]$$

notum kúluhnit

$$R_\pm^2 = R^2 + d^2 \pm 2Rd\cos\theta$$

$$\hat a_x \cdot \hat a_R = \sin\theta\cos\phi$$

2

$$V(R,\phi,\theta) = \frac{P_o \sin\theta\cos\phi}{4\pi\epsilon_o}\left\{\frac{1}{R^2+d^2-2Rd\cos\theta} - \frac{1}{R^2+d^2+2Rd\cos\theta}\right\}$$

$$= \frac{P_o 4Rd\cos\theta\sin\theta\cos\phi}{4\pi\epsilon_o\left\{(R^2+d^2)^2 - (2Rd\cos\theta)^2\right\}}$$

$$= \frac{2P_o Rd\sin(2\theta)\cos\phi}{4\pi\epsilon_o\left\{(R^2+d^2)^2 - (2Rd\cos\theta)^2\right\}}$$

③ skoðum strax að fellu formið $R \gg d$

$$\rightarrow V(R,\phi,\theta) \rightarrow \frac{P_o d\sin(2\theta)\cos\phi}{2\pi\epsilon_o R^3}$$

3

V fellur hraðar, en fyrir eitt tvískaut, $\frac{1}{R^3}$ → fjórskaut

Horndreifingin í θ-átt er $\sim \sin(2\theta)$

→ fjórskaut sett saman úr tveimur tvískautum, tvískauti og spegilmynd þess.

Rafsvið $\quad \bar E = -\bar\nabla V = -\hat a_R\frac{\partial V}{\partial R} - \hat a_\theta\frac{\partial V}{R\partial\theta} - \hat a_\phi\frac{1}{R\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial\phi}$

Notum $\hat a_{n2}\cdot(\bar D_1 - \bar D_2) = \rho_s \quad \rightarrow \quad \hat a_z \cdot \epsilon_o \bar E = \rho_s$

Jafnan fyrir V er í kúluhnitum, en kartískt væri heppilegri, en jafnan er þá nokkuð flókin. En munum að

$$E_z = E_R\cos\theta - E_\theta\sin\theta$$

4

og í x-y-sléttunni er $\theta = \frac{\pi}{2}$ og því þurfum við aðeins E_θ, enda er $\hat a_\theta = -\hat a_z$ í sléttunni

$$E_z = -E_\theta = \bar\nabla_\theta V = \frac{1}{R}\frac{\partial V}{\partial\theta}$$

$$= \frac{P_o d\cos(2\theta)\cos\phi}{\pi\epsilon_o\left\{(R^2+d^2)^2 - (2Rd\cos\theta)^2\right\}} - \frac{2R^3d^2P_o\sin(2\theta)\cos\phi\cos\theta\sin\theta}{\pi\epsilon_o\left\{(R^2+d^2)^2 - (2Rd\cos\theta)^2\right\}^2}$$

$$\rightarrow E_z(R,\tfrac{\pi}{2},\phi) = -\frac{P_o d\cos\phi}{\pi\epsilon_o\left\{(R^2+d^2)^2\right\}} = -\frac{P_o d\cos\phi}{\pi\epsilon_o(R^2+d^2)^2}$$

$$\rightarrow \rho_s(R,\phi) = -\frac{P_o d\cos\phi}{\pi(R^2+d^2)^2}$$

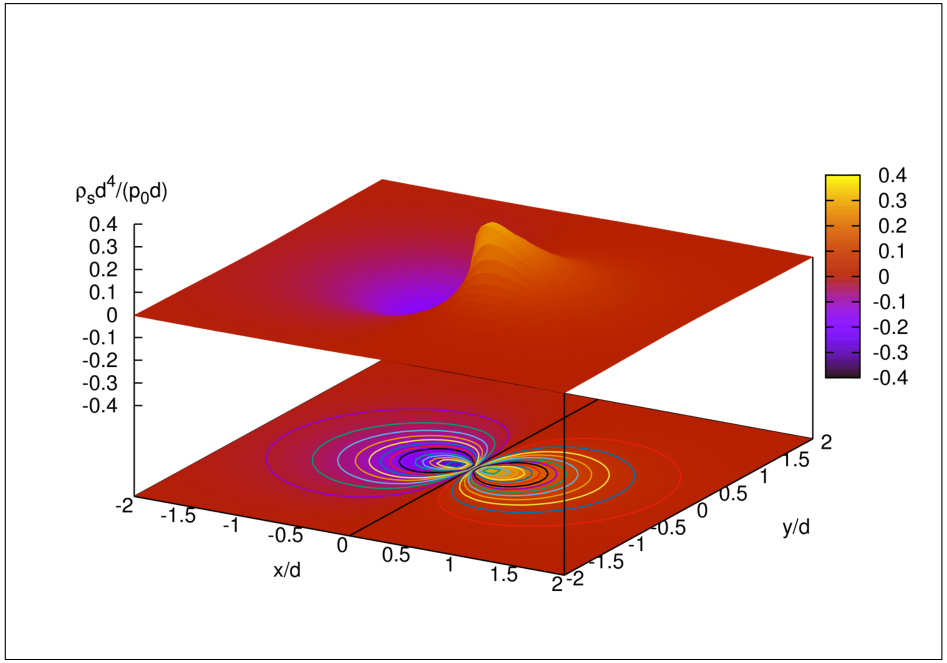
(5)

Víddarlaus stærð er

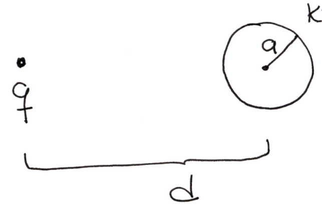
$$\frac{\rho_s d^4}{p_0 d} = -\frac{\cos\phi}{\pi\left(1+\frac{R^2}{d^2}\right)^2}$$

því $[p_0] = LQ$

Mynd af hleðsludreifingunni er á næstu síðu. Heildar hleðsla yfirborðsins er 0, dreifingin er greinileg tvískautsdreifing. Tvískautið á yfirborðinu og í fjarlægð d frá því myndar fjórskaut.



(2) (7)



Kúla með hleðslu q
Kjörleiðari

Milli tveggja punkthleðslna q er alltaf fráhrindi kraftur. Hvað gerist hér?

Spegilhleðsla í kúlu: $q_1 = -\frac{a}{d}q$ í fjarlægð $\frac{a^2}{d}$ frá miðju

En kúlan var hlaðin með q, því setjum við í miðju kúlu $q_2 = q - q_1$: hleðslan á kúlunni var q. q_2 er auka hleðslan sem þarf til að kúlan hafi hleðslu q eftir að frá er dregin yfirborðshleðslan sem q skautar á henni

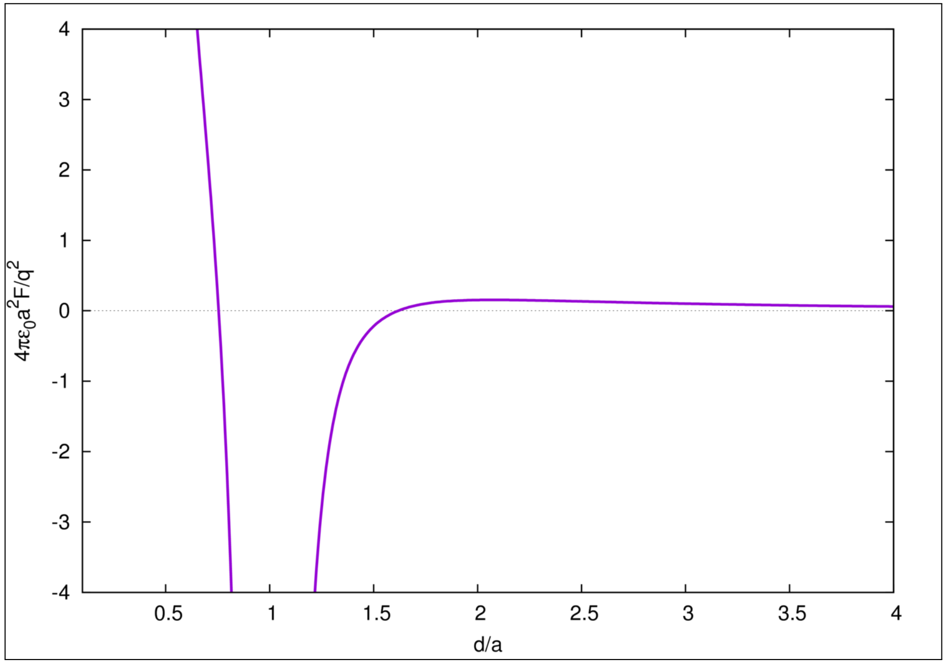
(8)

$$\to F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q\cdot q_1}{\left(d-\frac{a^2}{d}\right)^2} + \frac{q\cdot q_2}{d^2}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left\{-\frac{q^2\frac{a}{d}}{\left(d-\frac{a^2}{d}\right)^2} + \frac{q\left(q+\frac{aq}{d}\right)}{d^2}\right\}$$

$$= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}\left\{-\frac{ad}{\left(d^2-a^2\right)^2} + \frac{d^2+ad}{d^4}\right\}$$

Mynd á næstu síðu sýnir F(d), þar sést að F verður aðdráttarkraftur þegar $\frac{d}{a} \lesssim 1{,}61$ og að yfirborði kúlunnar



4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
d/a
$4\pi\varepsilon_0 a^2 F/q^2$