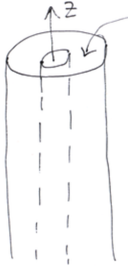
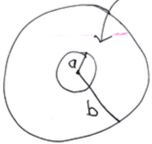
6. Skammtur





$$\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{a}\right)^2$$

Finna $\bar{B}$ allsstaðar

óendanlegur holur sívalningur snýst um samhverfu-ás, z-ás

→ straumþéttleiki $\bar{J}$

$\hat{\varphi}$ - stefnu

Styðumst við lögmál Ampères

$$\oint_c \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 I$$

og

$$\bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} d^3r' \, \frac{\bar{J}(\bar{r}')}{|\bar{r} - \bar{r}'|}$$

$$\bar{B} = \bar{\nabla} \times \bar{A}$$

→ $\bar{A}(\bar{r}) = A(r) \cdot \hat{a}_\varphi$

↑ ekki háð φ og z

$$\bar{\nabla} \times \bar{A} = \hat{a}_z \cdot \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\{r A(r)\}$$

með alla aðra þætti jafna 0 í. $\bar{B}$ getur bara haft $\hat{z}$-þátt

Hraði punkts með hnit $\bar{r}'$ í þykku sívalningsskelinni er

$$\bar{v}(\bar{r}') = \omega \hat{a}_z \times \bar{r}'$$

í sívalningshnitum

$$\bar{v}(r) = \omega r \hat{a}_\varphi \quad \to \quad \bar{J}(r) = \rho(r)\bar{v}(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{a}\right)^2 \omega r \hat{a}_\varphi$$

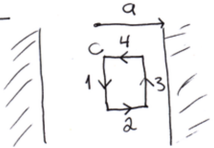
Notum

$$\oint_C \bar{B}\cdot d\bar{l} = \mu_0 I$$

Hér er heildið yfir 4 og 2 núll því þar er $\bar{B}\cdot d\bar{l} = 0$, þau eru hornrétt. Enginn straumur er um lykkjuna → heildin um 1 og 3 verða að styttast út hvar sem C er innan holsins

Inni í holi

$r<a$

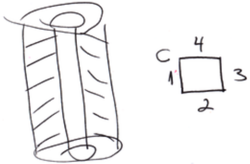


því getur $\bar{B}$ að eins verið fasti innan hols

$$\bar{B} = B_0 \hat{a}_z \ , \quad B_0 = \text{fasti}$$

en fastinn B_0 er ekki þekktur

Utan sívalningsskeljar $r > b$

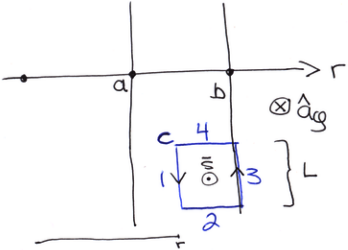


Hér er einnig enginn straumur um C og hægt er að nota sömu rökleiðslu og fyrir $r < a$

Segulflæðisviðið $\bar{B}$ er fast og einsleitt utan skeljar. Lykkjan getur verið mjög fjarri skeljar eða mjög nærri

$\rightarrow$ Við búumst við að utan skeljar sé $\bar{B} = 0$

Innan skeljar $a<r<b$



Nú er straumur um C og aðeins heildið um C_1 skilar einhverju.

Veljum lengd heildisvegs C_1 sem L

$$\oint_C \bar{B}\cdot d\bar{l} = \mu_0 I$$

Vinstri hliðin gefur

$$-B(r)L$$

Hægri hliðin

$\bar{s}$ er út úr blaðinu andsamsíða $\hat{a}_\varphi$

$$I = \oint_S \bar{J}\cdot d\bar{s}$$

$$\rightarrow I_{enc} = -L\int_r^b dr'\, J(r)$$

$$I_{enc} = -L\rho_0\omega a^2 \int_r^b \frac{dr'}{a}\left(\frac{r'}{a}\right)^3 = -L\rho_0\omega a^2 \int_{r/a}^{b/a} du\, u^3 = -\frac{La^2\rho_0\omega}{4}\left\{\left(\frac{b}{a}\right)^4 - \left(\frac{r}{a}\right)^4\right.$$

$$\Rightarrow \quad -B(r)L = -\mu_0 \frac{La^2\rho_0\omega}{4}\left\{\left(\frac{b}{a}\right)^4 - \left(\frac{r}{a}\right)^4\right]$$

$$\rightarrow \quad B(r) = \mu_0 \frac{a^2\rho_0\omega}{4}\left\{\left(\frac{b}{a}\right)^4 - \left(\frac{r}{a}\right)^4\right]$$

$$\bar{B} = \mu_0 \frac{a^2\rho_0\omega}{4}\left\{\left(\frac{b}{a}\right)^4 - \left(\frac{r}{a}\right)^4\right] \hat{a}_\varphi$$

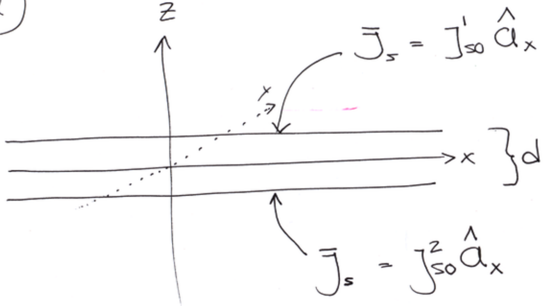
<u>fyrir $a<r<b$</u>

$$\bar{B}(b) = 0$$

$$\bar{B}(a) = \mu_0 \frac{a^2\rho_0\omega}{4}\left\{\left(\frac{b}{a}\right)^4 - 1\right] \hat{a}_\varphi \quad \rightarrow \quad B_0 = \mu_0 \frac{a^2\rho_0\omega}{4}\left\{\left(\frac{b}{a}\right)^4 - 1\right]$$

<u>fyrir $r<a$</u>

2



finna allsstaðar $\bar B$

fyrir $J^1_{s0} = J^2_{s0}$

og $J^1_{s0} = -J^2_{s0}$

$$\bar A(\bar r) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'} d^3 r' \frac{\bar J(\bar r')}{|\bar r - \bar r'|}, \qquad \bar B = \bar\nabla \times \bar A$$

~~með~~ þessum straum fæst

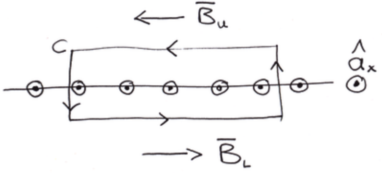
~~að~~ $\bar A = \bar A_x(z) = A(z)\hat a_x$

$$\longrightarrow \bar B = \hat a_y \frac{\partial}{\partial z} A(z)$$

$\bar B$ er aðeins með $\hat a_y$ þátt

Rétt eins og í dæminu á undan er hægt að sýna að $\bar{B}$ sé allstaðar fasti, milli platanna og fyrir utan þær.

Skoðum eina plötu



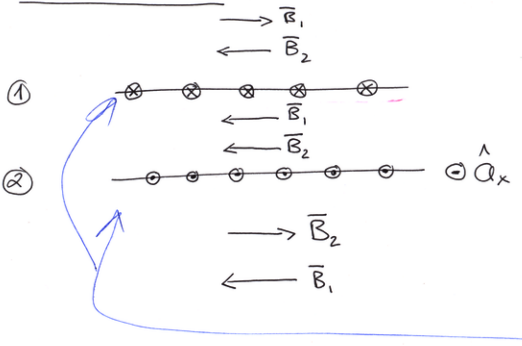
Straumur í $\hat{a}_x$-átt þá er ljóst að segulflæðisvið er í sitthvora áttina, sitthvoru megin við plötuna

$$\oint_C \bar{B}\cdot d\bar{l} = \mu_0 I \quad \longrightarrow \quad 2 L B_0 = \mu_0 L J_{s0}$$

$$\longrightarrow \quad B_0 = \frac{\mu_0 J_{s0}}{2}$$

$$\bar{B}_u = -\hat{a}_y \frac{\mu_0 J_{s0}}{2} \qquad \bar{B}_L = +\hat{a}_y \frac{\mu_0 J_{s0}}{2}$$

Andsamsíða straumar



0

$$\bar{B} = -\hat{a}_y \mu_0 J_{s0}$$

$+\frac{d}{2}$

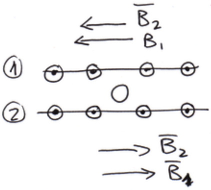
$-\frac{d}{2}$

0

Í anda ~~þess~~ sem við fundum fyrir spóluna áðan

Samsíða straumar

→ Ekkert segulflóð svið milli platnanna



$$\bar{B} = -\hat{a}_y \mu_0 J_{s0}$$

0

$$\bar{B} = +\hat{a}_y \mu_0 J_{s0}$$