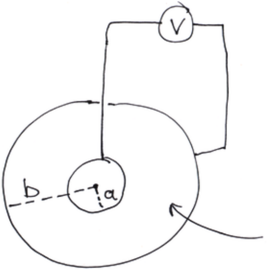


Kúlupéttir

$$\epsilon(R) = \epsilon_0 \frac{b}{R}$$

$$\sigma(R) = \sigma_0 \left(\frac{R}{a}\right)^2$$

1 Finna leiðni þéttisins

Við höfum engar upplýsingar um dreifingu hleðslu um kerfið, því getum við ekki notað

$$\oint \bar{D}\cdot d\bar{s} = Q$$

Við gefum ráð fyrir spennunni V og notum

$$\bar{\nabla}\cdot\bar{J} = 0$$

Innan þéttis gildir $\bar{\nabla}\times\bar{E} = 0$, engar uppsprettur

þar fyrir orku

Rafstöðufræði -> $\bar{\nabla}\cdot\bar{J} = 0$ vegna samfelldnijöfnu

Óháð afmi $\bar{J} = \sigma E$

Eða á heildisformi

$$\oint \bar{J}\cdot d\bar{s} = 0$$

$\epsilon(R)$, $\sigma(R)$ og öll uppsetning brjóta ekki radial samhverfum

$$\oint \bar{J} \cdot d\bar{s} = 0$$

því að allur straumurinn fer um sérhvert

Innstraumurinn er jafn, óháður θ og ϕ milli kúluskeljanna

$$\rightarrow \bar{J} = \frac{I}{4\pi R^2} \hat{a}_R$$

þ.s. I er heildarstraumurinn um þéttinn (við þekkjum hann ekki)

$$\bar{E} = \frac{\bar{J}}{\sigma} = \frac{I}{4\pi R^2} \frac{a^2}{\sigma_0 R^2} \hat{a}_R$$

$$= \frac{I a^2}{4\pi \sigma_0 R^4} \hat{a}_R$$

Spennan tengist $\bar{E}$

$$\Delta V = -\int_b^a \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\int_b^a \frac{I a^2}{4\pi \sigma_0 R^4} dr$$

$$\Delta V = -\frac{I a^2}{4\pi \sigma_0} \left\{ -\frac{1}{3R^3} \Big|_b^a \right\}$$

$$= \frac{I a^2}{4\pi \sigma_0 3} \left\{ \frac{1}{a^3} - \frac{1}{b^3} \right\}$$

$$= \frac{I}{12\pi \sigma_0 a} \left\{ 1 - \frac{a^3}{b^3} \right\}$$

$$= \frac{I}{12\pi a \sigma_0} \left\{ 1 - \left(\frac{a}{b}\right)^3 \right\}$$

$$G = \frac{I}{\Delta V} = 12\pi a \sigma_0 \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{a}{b}\right)^3\right)}$$

Leiðni þéttisins, aðeins háð lögun kerfisins og σ_0

② Frjálsorhleðslur í þéttinum?

Þær finnast frá $\bar{\nabla}\cdot\bar{D} = \rho$

$$\bar{D} = \epsilon(R)\bar{E} = \epsilon_0 \frac{b}{R}\cdot\frac{I a^2}{4\pi\sigma_0 R^4}\hat{a}_R$$

$$= \frac{I a^2 b \epsilon_0 \hat{a}_R}{4\pi\sigma_0 R^5}$$

$$\rho(R) = \bar{\nabla}\cdot\bar{D} = \frac{1}{R^2}\frac{d}{dR}\left[R^2 D(R)\right]$$

$$= -\frac{3 I a^2 b \epsilon_0}{4\pi\sigma_0 R^6}$$

sem er frjálsa rúmhleðslan

yfirborðshleðslur? ③

Notum

$$\hat{a}_{n_2}\cdot(\bar{D}_1 - \bar{D}_2) = \rho_s$$

$R = a^+$

$$\rho_{sa}(a^+) = \epsilon(a)\bar{E}(a)\cdot\hat{a}_R$$

$$= \epsilon_0 \frac{b}{a}\frac{I}{4\pi\sigma_0 a^2}$$

$$= \epsilon_0 \frac{I b}{4\pi\sigma_0 a^3}$$

$R = b^-$

$$\rho_{sb}(b^-) = -\epsilon(b)\bar{E}(b)\cdot\hat{a}_R$$

$$= -\frac{I a^2 \epsilon_0}{4\pi\sigma_0 b^4}$$

3 Skautunarhleðslur?

$\bar{E}$ rafsvaranum

$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P}$

$\rightarrow \bar{P} = \bar{D} - \epsilon_0 \bar{E}$

$= \left\{ \epsilon(R) - \epsilon_0 \right\} \bar{E}$

$$\bar{P} = \epsilon_0 \left\{ \frac{b}{R} - 1 \right\} \frac{I a^2}{4\pi\sigma_0 R^4} \hat{a}_R$$

$$= \epsilon_0 \frac{I a^2}{4\pi\sigma_0} \left\{ \frac{b}{R^5} - \frac{1}{R^4} \right\}$$

Bolhleðslur eru

$\rho_p = -\bar{\nabla} \cdot \bar{P}$

$$= -\frac{1}{R^2} \left[\frac{d}{dR} \left\{ \frac{b}{R^3} - \frac{1}{R^2} \right\} \right] \frac{\epsilon_0 I a^2}{4\pi\sigma_0}$$

$$= \left\{ \frac{3b}{R^6} - \frac{2}{R^5} \right\} \frac{\epsilon_0 I a^2}{4\pi\sigma_0}$$

$$= \left\{ \frac{3b a^5}{R^6} - \frac{2a^5}{R^5} \right\} \frac{\epsilon_0 I}{4\pi\sigma_0 a^3} = \left(\frac{a}{R} \right)^5 \left\{ \frac{3b}{R} - 2 \right\} \frac{\epsilon_0 I}{4\pi\sigma_0 a^3}$$

Yfirborðs skautunarhleðsla á rafsvörunum

$R = a^+$

$$\rho_{ps} = \overline{P} \cdot \hat{a}_n$$

$$\rightarrow \quad \rho_{ps}(a) = - P(a)$$

$$= - \frac{\epsilon_0 I}{4\pi \sigma_0 a^2} \left[\frac{b}{a} - 1 \right]$$

$R = b^-$

$$\rho_{ps}(b) = P(b)$$

$$= \frac{\epsilon_0 I a^2}{4\pi \sigma_0 b^4} \left[1 - \frac{1}{1} \right] = 0$$

④ Heildar frjáls hleðslan?

Bol hleðsla

$$\rho(R) = -\frac{3 I a^2 b \epsilon_0}{4\pi \sigma_0 R^6}$$

$$Q_{bol} = \int_{\text{rafsvöri}} dv' \rho(R')$$

$$= - \frac{3 I a^2 b \epsilon_0}{\sigma_0} \int_a^b R^2 \frac{dR}{R^6}$$

$$= - \frac{I b \epsilon_0}{\sigma_0 a} \left(1 - \frac{a^3}{b^3} \right)$$

Á innra borði

$$Q_{sa}(a) = 4\pi a^2 \rho_{sa}(a) = \frac{\epsilon_0 I b}{\sigma_0 a}$$

$$Q_{sb}(b) = 4\pi b^2 \rho_{sb}(b) = -\frac{\epsilon_0 I a^2}{\sigma_0 b^2}$$

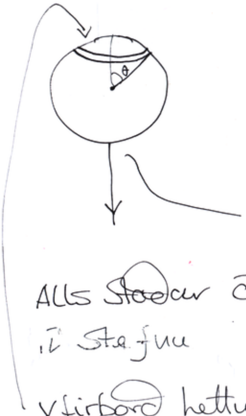
Í heild frjálsar hleðslur

$$Q = Q_{vol} + Q_{sa}(a) + Q_{sb}(b)$$

$$= -\frac{I b \epsilon_0}{\sigma_0 a}\left\{1 - \frac{a^3}{b^3}\right\} + \frac{\epsilon_0 I b}{\sigma_0 a} - \frac{\epsilon_0 I a^2}{\sigma_0 b^2} = 0$$

Engin heildar frjáls hleðsla er á þéttinum

(5) Yfirborðsstraumar á innri kúlu skel



Jafnt á kúluna úr öllum áttum kemur/fer straumþéttleiki

$$\bar{J} = \frac{I}{4\pi R^2}\hat{a}_R$$

setjum að straumur fari af kúlunni í $\theta = \pi$

Alls staðar á kúlunni er þá straumþéttleiki (yfirborðs) í stefnu $\hat{\theta}$

yfirborð hettu er $\int_0^{\theta} \sin\theta' d\theta' \, 2\pi a^2 = 2\pi a^2(1-\cos\theta) = S(\theta)$

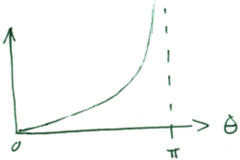
Heildarstraumurinn af hettunni er $S(\theta)\cdot J$ sem þarf að streyma þvert á jaðar hettu með lengd $\lambda(\theta) = 2\pi a \sin\theta$

því er straumurinn í lengd

$$\frac{S(\theta)\cdot I}{\lambda(\theta)} = \frac{2\pi a^2(1-\cos\theta)}{2\pi a \sin\theta}\,\frac{I}{4\pi a^2}$$

yfirborðsstraumþéttleikinn (straumur á lengd) er því

$$\rightarrow \frac{I}{a}\,\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\,\frac{1}{4\pi}\,\hat{\theta} \longrightarrow$$



sem er með sérstöðupunkt í suðurpól þar sem hann safnast í einn punkt til að fara af kúlunni (það er enginn sérstöðup. í $\theta = 0$!)

Eins og rafsviðið er sett upp í upphafi ætti straumurinn hér að hafa öfugt formerki. Hann kemur inn í gegnum línuna að S-skauti innri kúlu og streymir um rafsvara að ytri kúluskel