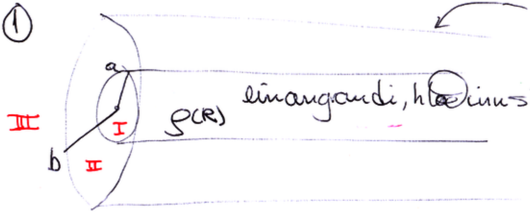
① ①



$$\rho(R) = \rho_0 \frac{R}{a}$$

, Notum Gauß lögmálið þ.s. ρ er aðeins háð R

$$\oint_S \bar{E} \cdot d\bar{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Til þess að nota lögmál Gauß á svæði I þurfum við $Q(R)$, þá heildarhleðslu sem er innan geisla R

$$Q(R) = L \cdot \int_0^R R' dR' d\phi \, \rho(R')$$

mjög langur vír, þ.a. við horfum framhjá því sem gerist á endum

$$Q(R) = \frac{L \cdot 2\pi \rho_0}{a} \int_0^R dR' \, R'^2 = 2\pi \rho_0 \frac{L}{a} \frac{R^3}{3}$$ { rétt vídd

Rafsviðið er einungis í $\hat{a}_R$ - átt óháð ϕ eða z

$$\oint_S \bar{E} \cdot d\bar{s} = \frac{Q(R)}{\epsilon_0} = \frac{2\pi}{3\epsilon_0} \frac{L}{a} (\rho_0 R^3)$$

$$\parallel$$

$$L \cdot 2\pi R \, E_R = \frac{2\pi}{3\epsilon_0} \frac{L}{a} (\rho_0 R^3) \longrightarrow \boxed{\bar{E} = \frac{1}{3a\epsilon_0} \rho_0 R^2 \hat{a}_R}$$

á svæði I

Á svæði II er $Q = Q(a) = \frac{2\pi}{3} \frac{L}{a} \rho_0 a^3 = \frac{2\pi}{3} \rho_0 a^2 L$

Gauß leiðir þá til

$$L \cdot 2\pi R \, E_R = \frac{2\pi}{3\epsilon_0} \rho_0 a^2 L \longrightarrow \boxed{\bar{E} = \frac{1}{3R\epsilon_0} \rho_0 a^2 \hat{a}_R}$$

á svæði II

③

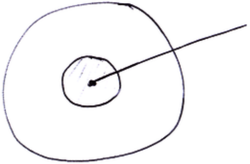
ytri sívalningurinn er í upphafi óhlaðinn.
Innan á honum verður að jafndreifast öll hleðslan
$-Q(a)$ (Í rofstöðu fræði enda allar sviðslínur á hleðslum)
utan á honum skerðast því ytriborðshleðsla sem
jafngildir $+Q(a)$ (óhlaðinn í upphafi).

Séð utan frá er heildar hleðsla kerfisins $+Q(a)$ og hún er
með sívalningssamhverfu
$\rightarrow$ á svæði III leiðir lögmál Gauß til

$$\boxed{\bar{E} = \frac{1}{3R\varepsilon_0}\rho_0 a^2 \hat{a}_R}$$

Eins og á svæði II

Rafmættið



Vel beinan heildunarveg í $\hat{a}_R$ átt

Byrjum í miðju og veljum spennu 0 á samhverfuás

$$V_2 - V_1 = -\int_{P_1}^{P_2} \bar{E} \cdot d\bar{l}$$

$d\bar{l} = \hat{a}_R dR$

Á svæði I fæst þá

$$V(R) - 0 = -\int_0^R \bar{E}_I \cdot d\bar{l} = -\int_0^R dR' \frac{\rho_0}{3a\epsilon_0} R'^2$$

$$= -\frac{\rho_0}{3a\epsilon_0}\left[\frac{R^3}{3}\right]\Bigg|_0^R = \boxed{-\frac{\rho_0 R^3}{9a\epsilon_0}}$$

á ytriborðinu í $R = a$ er þá $V(a) = -\frac{\rho_0 a^2}{9}$

því reiknum við á svæði II

$$V(R) - V(a) = -\int_a^R \bar{E}_{II} \cdot d\bar{l} = -\int_a^R dR' \frac{\rho_0 a^2}{3R'\epsilon_0}$$

$$\rightarrow V(R) = -\frac{\rho_0 a^2}{9\epsilon_0} - \frac{\rho_0 a^2}{3\epsilon_0}\int_a^R dR' \frac{1}{R'} = -\frac{\rho_0 a^2}{9\epsilon_0} - \frac{\rho_0 a^2}{3\epsilon_0} \ln\left(\frac{R}{a}\right)$$

$$\boxed{V(R) = -\frac{\rho_0 a^2}{3\epsilon_0}\left[\frac{1}{3} + \ln\left(\frac{R}{a}\right)\right]}$$

því fæst $V(b) = -\frac{\rho_0 a^2}{3\epsilon_0}\left[\frac{1}{3} + \ln\left(\frac{b}{a}\right)\right]$ sem er spennan

á ytri sívalningnum, skelinni. kjörleiðari spennan alls staðar á honum

Á svæði III fæst því

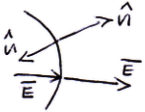
$$V(R) - V(b) = -\int_b^R \bar{E}_{III}\cdot d\bar{l} = -\int_b^R dR' \, \frac{\rho_0 a^2}{3R'\epsilon_0}$$

$$V(R) = -\frac{\rho_0 a^2}{3\epsilon_0}\left\{\frac{1}{3} + \ln\left(\frac{b}{a}\right)\right\} - \frac{\rho_0 a^2}{3\epsilon_0}\ln\left(\frac{R}{b}\right)$$

$$\boxed{V(R) = -\frac{\rho_0 a^2}{3\epsilon_0}\left[\frac{1}{3} + \ln\left(\frac{R}{a}\right)\right]}$$

sama og fékkst á svæði II

ytri sívalningurinn fellur saman við jafnspennuflöt frá þeim fyrri, hann hefur því engin bein áhrif. Á honum skautast ytri- og innborðs hleðsla með sitthvort formerkið



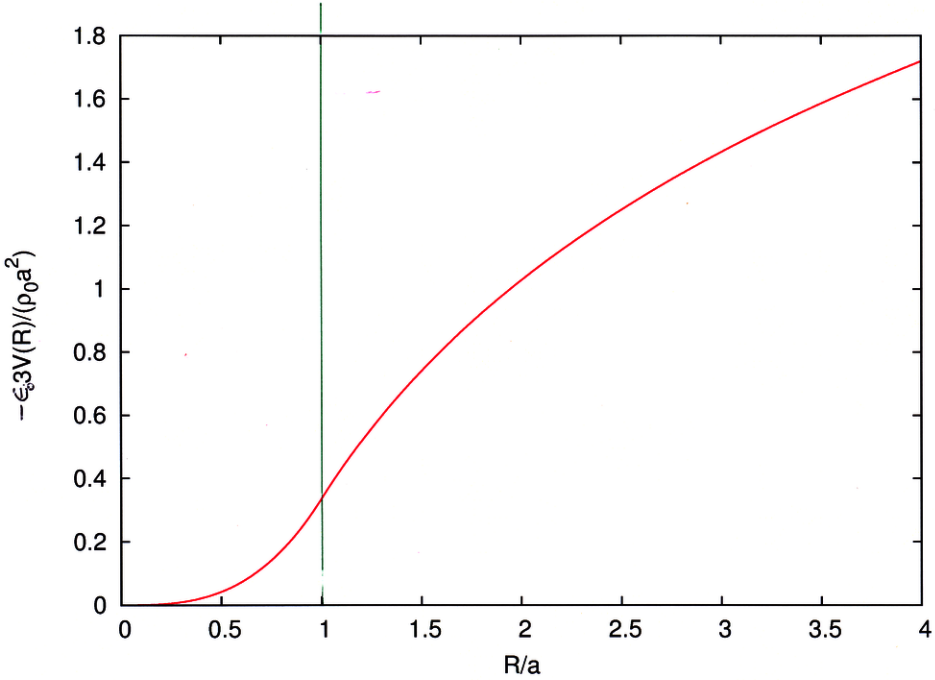
$$V(R) = -\frac{\rho_0 R^3}{9a\epsilon_0} \qquad R<a$$

$$V(R) = -\frac{\rho_0 a^2}{3\epsilon_0}\left[\frac{1}{3} + \ln\left(\frac{R}{a}\right)\right] \qquad R>a$$

Endurritum sem

$$V(R) = -\frac{\rho_0 a^2}{3\epsilon_0}\left(\frac{R}{a}\right)^3 \frac{1}{3} \qquad R<a$$

$$V(R) = -\frac{\rho_0 a^2}{3\epsilon_0}\left[\frac{1}{3} + \ln\left(\frac{R}{a}\right)\right] \qquad R>a$$



$-\epsilon_0 3V(R)/(\rho_0 a^2)$
R/a
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4

(2)

Rafsvið gefið sem

$$\overline{E}(x,y,z) = \left(0, E_0 \frac{x}{L}, 0\right)$$

Athugum $\overline{\nabla} \times \overline{E} = \hat{a}_z \cdot \frac{\partial E_y}{\partial x}$ hér

$$= \hat{a}_z \cdot \frac{E_0}{L} \neq 0$$

Uppfyllir ekki skilyrðið fyrir Rafstöðufræði

$$\overline{\nabla} \times \overline{E} = 0$$