Dreifing

Dreifing (og bognun)

Margs konar aðferðafræði
fyrir mismunandi
hlutföll bylgjulengdar
λ og stærð árekstrarhlutar a

Skalar og vigur bognunar
lýsingar

Er árekstrarmiðjan hlaðin
eind eða dreifing í ε og μ?

Eða flökkt í þéttleika ρ eða
flökkt í μ og ε ....

fjölskauta liðanir

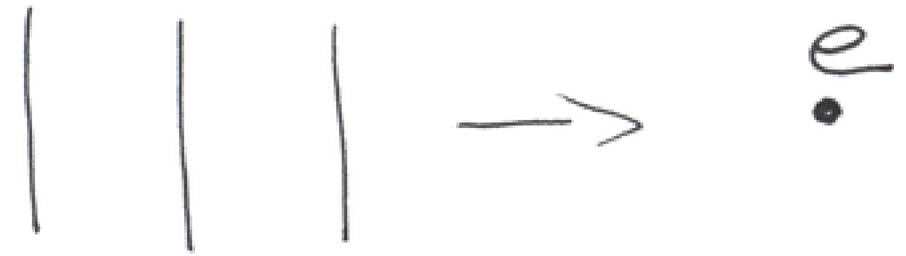
Hlut bylgju liðun

Green falla framsetning

Skoðum mjög einföld
líkön hér.

Thomson dreifing

Ein hleðsla e með massa m



Inn kemur flöt rafsegulbylgja

Rafsviðið hraðar eindinni

$$m\frac{d\bar{v}}{dt} = e\bar{E} \qquad \left(\frac{v}{c} \ll 1\right)$$

Hraðaða eindin geislar „dreifðri" bylgju með

afli

$$P_{sc} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3}\left(\dot{\bar{v}}\right)^2$$

$$= \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3}\left(\frac{e}{m}\bar{E}\right)^2$$

$$= \frac{e^4}{6\pi\epsilon m^2 c^3}\bar{E}^2$$

Þetta dreifða afl verður að bera saman við inn-aflið

$$|\bar{S}| = \frac{1}{\mu}|\bar{E}\times\bar{B}|$$

$$= \frac{1}{\mu c}|\bar{E}|^2$$

Hlutfallið gefur árekstrarþversniðið

$$\sigma = \frac{P_{sc}}{|\bar{S}|}$$

$$= \frac{1}{6\pi\epsilon^2}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2$$

$$= \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon\, mc^2}\right)^2$$

$$= \frac{8\pi}{3} r_e^2 = \sigma_{Thompson}$$

þar sem r_0 er sígildi „geisli" rafeindarinnar

$\rightarrow$ $r_e = 2.8179 \cdot 10^{-15}$ m

En hvernig dreifist geislunin í mismunandi áttir?

um það bil sá geisli sem rafeindin hefði ef massi hennar samsvarar rafstöðuorku eindar með fastan hleðsluþéttleika.

$$r_e = \alpha^2 a_0$$

þar sem a_0 er geisli Bohrs og $\alpha = \frac{1}{137}$ er fínstuktúrfastinn.

Hornadreifing

Áður höfðum við fundið

$$\frac{dP_{sc}}{d\Omega} = \frac{\mu e^2}{(4\pi)^2 c}\left(\hat{n}\times\dot{\bar{v}}\right)^2$$

þ.e. mælum (eindini) í átt að athuganda

$$= \frac{\mu e^4}{(4\pi)^2 m^2 c}\left(\hat{n}\times\bar{E}\right)^2$$

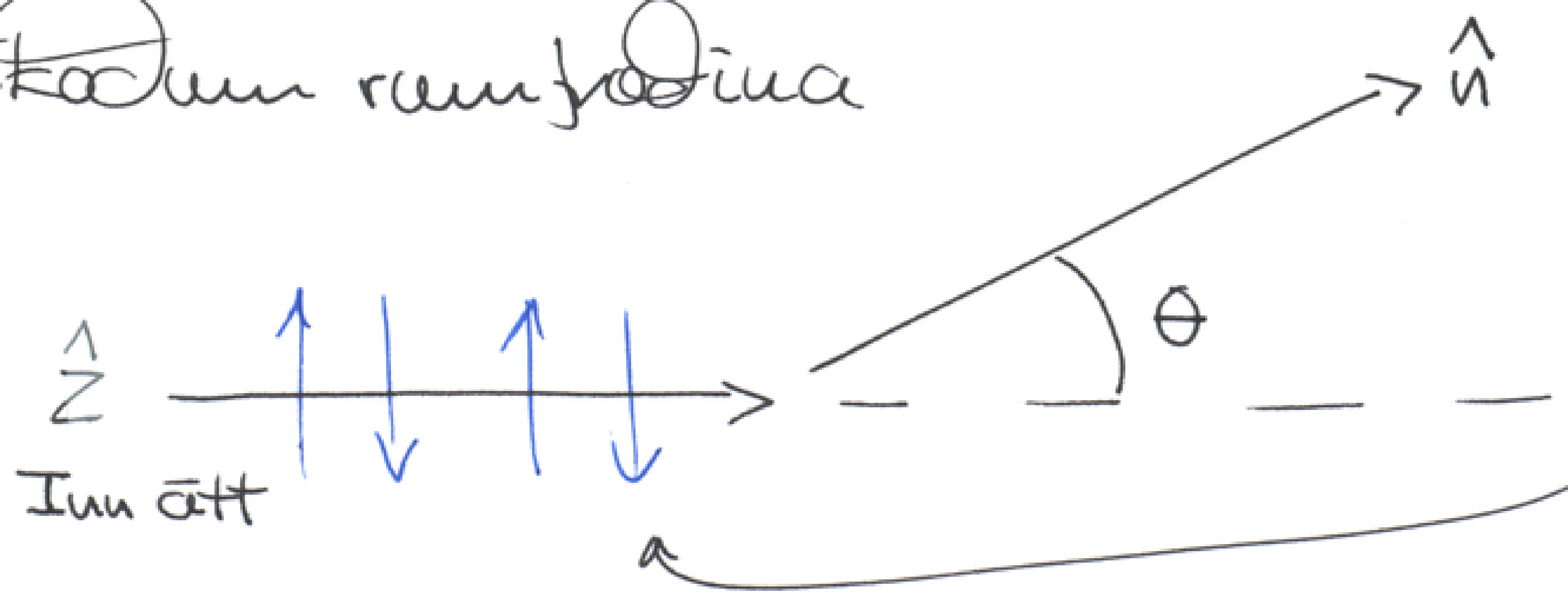
$\hat{\epsilon}$ er einingarvigur í átt $\bar{E}$

Hluti $\bar{E}$ samsíða $\hat{n}$ er $(\hat{n}\cdot\hat{\epsilon})\hat{n}E$

$$= \frac{\mu e^4}{(4\pi)^2 m^2 c} E^2\left[1-(\hat{n}\cdot\hat{\epsilon})^2\right]$$

→ hluti $\bar{E}$ þvert á $\hat{n}$ er $\bar{E}-(\hat{n}\cdot\hat{\epsilon})\hat{n}E$

Skoðum rúmfræðina



Ef $\bar{E}$ liggur í dreifisléttu

Ef $\hat{\epsilon}$ er hornrétt á dreifisléttu

$$\longrightarrow \hat{n}\cdot\hat{\epsilon} = 0$$

Ef $\hat{\epsilon}$ liggur í dreifisléttu

$$\longrightarrow \hat{n}\cdot\hat{\epsilon} = \sin\theta$$

Engin dreifing hér ef $\theta = \pi/2$, endurspeglar það sem sást áður:

Engin geislun í átt hröðunar

$$\longrightarrow 1-(\hat{n}\cdot\hat{\epsilon})^2 = \begin{cases} 1, & \text{ef } \hat{\epsilon} \perp \text{dreifisl.} \\ \cos^2\theta, & \text{ef } \hat{\epsilon} \parallel \text{dreifisl.} \end{cases}$$

Ef inngeislunin er óskautaður þá fæst meðaltal þessara tveggja möguleika

$$1-(\hat{n}\cdot\hat{\epsilon})^2 \longrightarrow \frac{1+\cos^2\theta}{2}$$

Afleidda þversniðið (þversniðið)

er

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\frac{dP_{sc}}{d\Omega}}{|\bar{S}|}$$

fyrir óskautaða inngeisla

$$= \frac{\mu e^4}{(4\pi)^2 m^2 c} E^2 \left(\frac{1+\cos^2\theta}{2}\right) \frac{\mu c}{E^2} =$$

$$= \left(\frac{e^2}{4\pi \epsilon m c^2}\right)^2 \frac{1+\cos^2\theta}{2}$$

og heildar Thompson þversniðið fæst aftur með heildun á þessari jöfnu yfir allt rúmhornið

Dreifing af bundinni rafeind

Rafeind, bundinni, er lýst sem dofnandi hreintóna sveifli

$$m\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} + m\omega_0^2\bar{r} + m\gamma\frac{d\bar{r}}{dt} = e\bar{E}$$

Inn rafsvið bylgju er

$$\bar{E}(t) = \mathrm{Re}\,\bar{E}e^{-i\omega t} = \frac{1}{2}\left(\bar{E}e^{-i\omega t} + \bar{E}^{*}e^{i\omega t}\right)$$

færslu rafeindarinnar er þá lýst með

$$\bar{r}(t) = \frac{e}{m}\mathrm{Re}\left\{\frac{\bar{E}e^{-i\omega t}}{\omega_0^2-\omega^2-i\gamma\omega}\right\}$$

lausn á

því inniheldur

$$P_{sc} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3}(\ddot{r})^2$$

$$\ddot{r} = -\frac{e}{m}\,\mathrm{Re}\left\{\frac{\omega^2 E e^{-i\omega t}}{\omega_0^2-\omega^2-i\gamma\omega}\right\}$$

fyrir meðalgildið á almenni stærð

$$A(t) = \mathrm{Re}\, A e^{-i\omega t}$$

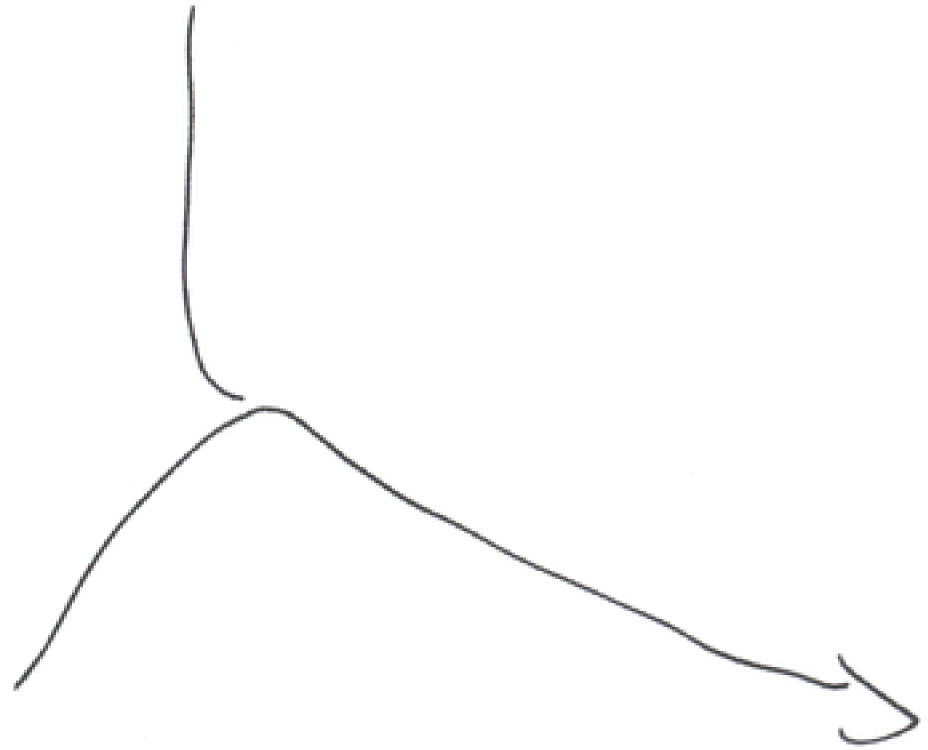
af öðru veldinu fæst

$$\left\{A^2(t)\right\}_{ave} = \frac{1}{2}|A|^2$$

Meðal innflæðið er

$$|S|_{ave} = \frac{1}{2\mu c}|E|^2$$

$$\sigma = \frac{\{P_{sc}\}_{ave}}{\{|\bar{S}|\}_{ave}}$$



$$\rightarrow \{P_{sc}\}_{ave} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3}\,\frac{1}{2}\,\frac{e^2\omega^4}{m^2}\,\frac{|E|^2}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\gamma\omega)^2}$$

$$\sigma = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon\, mc^2}\right)^2 \frac{\omega^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\gamma\omega)^2}$$

fyrir frjálsa eind $\omega_0 = 0,\ \gamma = 0$ fæst

$$\sigma \to \sigma_{Thompson}$$

hátíðni umbylgju
bundna eindin getur
ekki fylgt henni
í hreyfingum

þegar $\omega \gg \omega_0, \gamma$

$$\sigma \to \sigma_{Thompson}$$

þá yfirgnæfir tíma-
skali bylgjunnar
tímaskala kerfisins
(eindarinnar)

Þegar $\omega \ll \omega_0$

$$\sigma \to \sigma_{\text{Thompson}} \cdot \frac{\omega^4}{\omega_0^4}$$

Hér dreifast hástu tíðnir vor mest. Ein af ástæðunum fyrir bláum himni

Rayleigh-dreifing

Hermudreifing $\omega = \omega_0$

$$\sigma \to \sigma_{\text{Thompson}} \frac{\omega_0^2}{\gamma^2}$$

Getur orðið mjög stór fyrir litla deyfingu

Þá þarf líka að kanna aðrar frelsisgráður kerfisins sem taka við orku