Dátum

* Við höfum reiknað geislum frá loftneti með því að geta okkur straumdreifingu í því ← Geislunin verður á straumdreifingunni. Við höfum engar áhyggjur hvort orku ~~flæði~~ breyti straumdreifingu.

* Við reiknum geislum frá hraðari eind ← eindin tapar orku og geislum kemur breytist einsog hröðunin

Getum við farið lengra í lýsingunni?

Er hægt að reikna ~~þessi~~ fyrirbæri sjálf-samkvæmt?

Svarið er já og nei!

* klassísk eðlisfræði ← CED

* skammtafræði ← QED

Getum lýst vissum fyrirbærum, en rekumst á vandamál [illegible] „skammtastala"

Óhemju góð lýsing á dofnum í einföldu atómkerfi

Tengistuðull $\alpha = 1/137$ milli efnis og rafsegulsviðs er veikur

↓

Truflanareikningur

En viss vandamál erfast yfir til skammtafræðinnar

Mat á kvörðum

Eind með hleðslu e fer hröðun a á tímabili T

$$\rightarrow E_{rad} \sim \frac{e^2 a^2}{6\pi\epsilon c^3} T$$

er geislunarorka frá henni.

Geislunaráhrif á eindina eru lítilvæg ef

$$E_{rad} \ll E_0$$

þarsem E_0 er mat á orku eindarinnar

Skoðum tvenns konar kerfi

Eind kyrr í upphafi

Eftir hröðunina $E_0 \sim m(aT)^2$

Ef

$$\frac{e^2 a^2 T}{6\pi\epsilon c^3} \ll m a^2 T^2$$

þá eru áhrif geislunarinnar lítilvæg, eða

$$T \gg \frac{e^2}{6\pi\epsilon m c^3}$$

Skilgreinum náttúrulegan tímaskala

$$\tau = \frac{e^2}{6\pi\epsilon m c^3}$$

Ef $T \gg \tau$ þá eru áhrif geislunar lítil

Léttust eind → langur τ

fyrir rafeind fæst

$$\tau = 6.26 \cdot 10^{-24}\ \mathrm{s}$$

á því bili fer ljós $\sim 10^{-15}$ m !

Hreyfing eindar „lotubundin"

$$E_0 \sim m\omega_0^2 d^2$$

$$\rightarrow \quad a \sim \omega_0^2 d \,, \qquad T \sim \frac{1}{\omega_0}$$

$$E_{rad} \sim \frac{e^2\omega_0^4 d^2}{6\pi\epsilon c^3}\frac{1}{\omega_0} \ll m\omega_0^2 d^2 \sim E_0$$

$$\rightarrow \quad \omega_0 \tau \ll 1$$

Því gildir: Ef ekki verður mikil breyting á hreyfingu eindar á τ þá eru áhrif geislunar lítil á hreyfingu eindar

Hreyfijöfnur

Sígild eind
→ hreyfilýsing

$$m\dot{\bar{v}} = \bar{F}_{ext}$$

bætum við gagnkrafti geislunar

$$m\dot{\bar{v}} = \bar{F}_{ext} + \bar{F}_{rad}$$

$\bar{F}_{rad}$ verður að uppfylla

* $\bar{F}_{rad} = 0$ ef $\dot{\bar{v}} = 0$
* $\bar{F}_{rad} \sim e^2$ og formerki hleðslu getur ekki skipt máli
* $\bar{F}_{rad}$ verður að innihalda τ, eini mikilvægi stikinn
* Við þekkjum F_{rad} ekki fyrirfram því $\bar{a}$ er óþekkt.

Lotubundið kerfi

Reiknum $\bar{F}_{rad}$ m.þ.a krefjast að vinna þessa krafts á tímabilinu $t_1 < t < t_2$ sé jöfn neikvæðri orkunni geislaðri í burtu

$$\int_{t_1}^{t_2} \bar{F}_{rad} \cdot \bar{v}\, dt = -\int_{t_1}^{t_2} \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3} \dot{\bar{v}} \cdot \dot{\bar{v}}\, dt$$

$$= \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3} \int_{t_1}^{t_2} \ddot{\bar{v}} \cdot \bar{v}\, dt - \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3} (\dot{\bar{v}} \cdot \bar{v}) \Big|_{t_1}^{t_2}$$

fyrir lotubundið kerfi gæti $(\dot{\bar{v}} \cdot \bar{v}) = 0$ fyrir t_1 og t_2

$$\rightarrow \int_{t_1}^{t_2} \left(\bar{F}_{rad} - \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3} \ddot{\bar{v}} \right) \cdot \bar{v}\, dt = 0$$

Abraham-Lorentz hreyfijafnan

$$\rightarrow \bar{F}_{rad} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3} \ddot{\bar{v}} = m\tau \ddot{\bar{v}}$$

og hreyfijafnan væri

$$\boxed{m(\dot{\bar{v}} - \tau \ddot{\bar{v}}) = \bar{F}_{ext}}$$

mjög óvenjuleg tegund jöfnu

Skoðum lausnina þegar $\bar{F}_{ext} = 0$

$$\dot{\bar{v}}(t) = \begin{cases} 0 \\ \bar{a}\, e^{t/\tau} \end{cases}$$

þar sem $\bar{a}$ er hröðunin í $t=0$

Aðeins fyrri lausnin er eðlisfræðileg!

Umbreytum jöfnunni í heildisjöfnu með þeim upphafsskilyrðum

Setjum $\dot{\bar{v}}(t) = e^{t/\tau}\, \bar{u}(t)$

þá gefur AL-jafnan $m\dot{\bar{u}} = -\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \bar{F}_{ext}(t)$

$$\longrightarrow \quad m\bar{u}(t) = -\frac{1}{\tau}\int_{C_1}^{t} dt'\, e^{-t'/\tau}\, \bar{F}_{ext}(t')$$

$$\rightarrow \quad m\dot{v}(t) = \frac{e^{t/\tau}}{\tau} \int_t^{C_1} e^{-t'/\tau} F_{ext}(t')\,dt'$$

C þarf að ákvarðast þ.a. út komi $m\dot{v} = F(t)$ þegar $e^2 \rightarrow 0$

Það fæst þegar $C_1 \rightarrow \infty$

$$m\dot{v}(t) = \frac{1}{\tau} \int_t^{\infty} dt'\, e^{-(t'-t)/\tau} F_{ext}(t')\,dt'$$

Breytuskipti $s = \frac{1}{\tau}(t'-t)$ gefa

$$m\dot{v}(t) = \int_0^{\infty} e^{-s} F_{ext}(t+\tau s)\,ds \qquad (**)$$

heildisafleiðujafna sést betur síðar

Gerum Taylor liðun

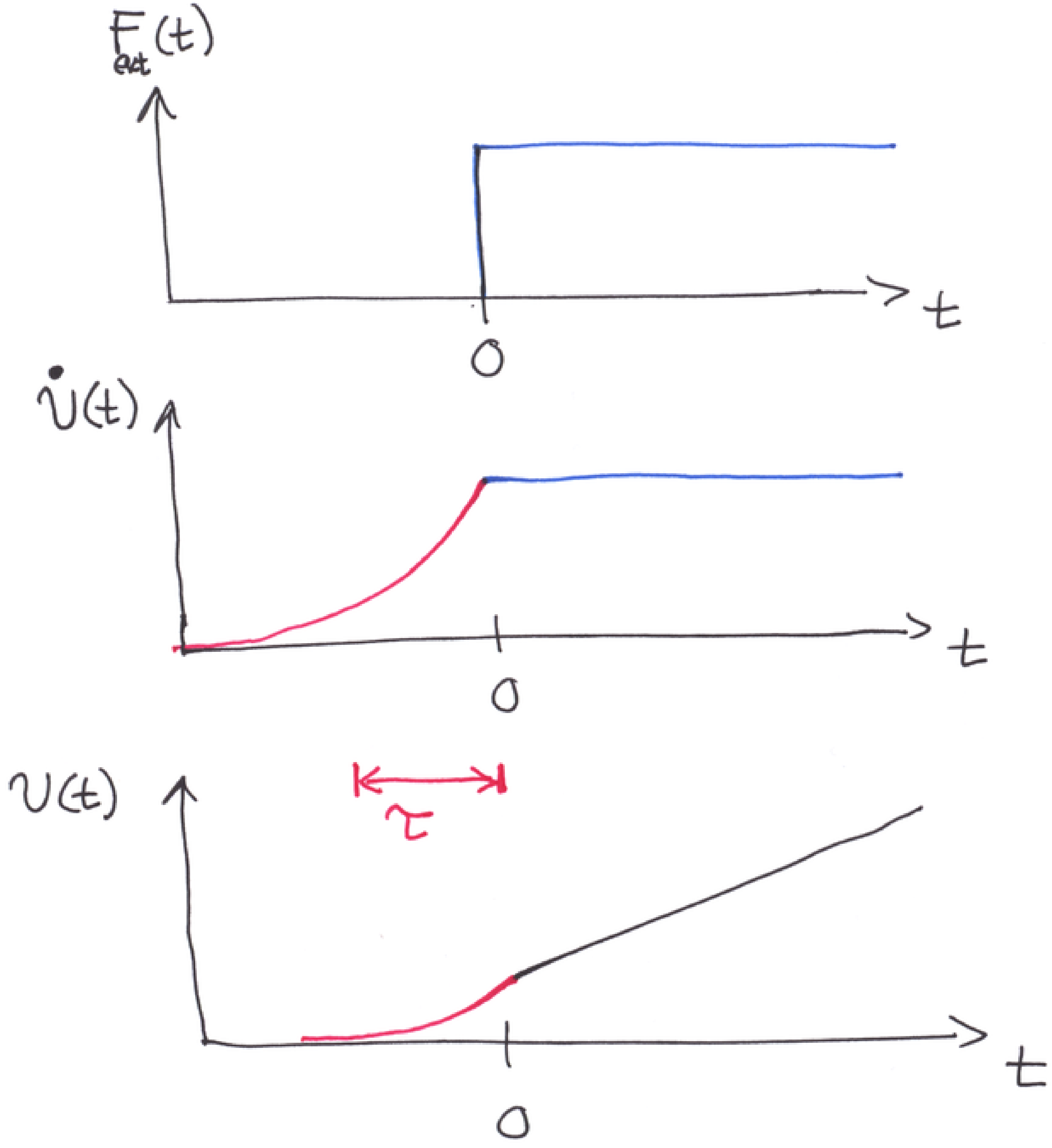
$$F(t+\tau s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\tau s)^n}{n!} \frac{d^n F(t)}{dt^n}$$

Innsetning í (**) gefur

$$m\dot{v}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \tau^n \frac{d^n F(t)}{dt^n}$$

Markgildið $\tau \to 0$ skilur aðeins eftir $n=0$ liðinn og jöfnuna fyrir hreyfingu óhlaðinnar eindar. Hærri liðir eru leiðréttingar vegna geislunar

Jafnan inniheldur óstaðbundin hrif for hröðun



Skoðum þessa jöfnu fyrir sveifil

$$k = m\omega_0^2$$

(**) verður þá

$$\boxed{\ddot{x}(t) + \omega_0^2 \int_0^\infty e^{-s} x(t+\tau s)\, ds}$$

Greinilega hliðrisafleiðujafna

Giskum á lausn

$$x(t) = x_0 e^{-\alpha t}$$

Innsetning gefur

$$x_0 e^{-\alpha t}\left\{\alpha^2 + \omega_0^2 \int_0^\infty e^{-(1+\alpha\tau)s}\, ds\right\} = 0$$

$\rightarrow$ $\mathrm{Re}(1+\alpha\tau) > 0$, þá verður α að uppfylla

$$\tau\alpha^3 + \alpha^2 + \omega_0^2 = 0$$

tekur í burtu vaxandi lausn og annars er heildið ekki til.

Setjum $\omega_0\tau \ll 1$

$$\alpha = \frac{\Gamma}{2} \pm i(\omega_0 + \Delta\omega)$$

$$\Gamma = \omega_0^2\tau$$

dofnunartími (meðalævi)

$$\Delta\omega = -\frac{5}{8}\omega_0^3\tau^2$$

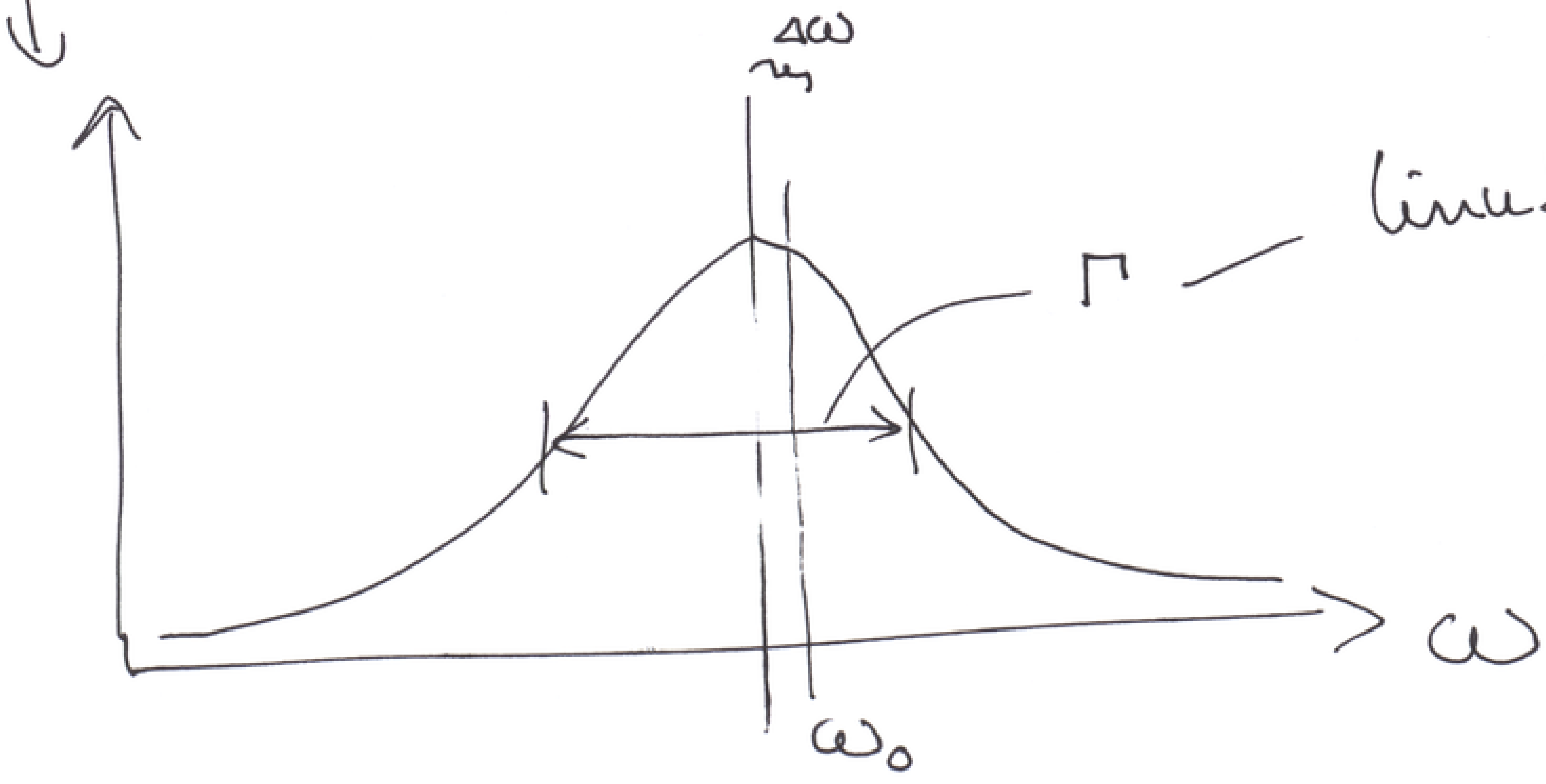
tíðni hliðrun

Geislunin verður „púls" með lengd $\frac{c}{\Gamma}$

$$E(\omega) \sim \int_0^\infty dt\, e^{-\alpha t} e^{i\omega t} = \frac{1}{\alpha - i\omega}$$

Geislaorkan á tíðnieiningu er

$$\frac{dI(\omega)}{d\omega} = I_0 \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0 - \Delta\omega)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$$



línubreidd

$$\Delta\lambda = 2\pi \frac{c}{\omega_0^2} \Gamma$$

$$= 2\pi c \tau$$

$\boxed{\text{universal sígild kerfi}}$

Skammtaljósfræði

Tekið eftir hvernig línubreidd og meðalævi eru virkuð í skammtafræði

* Wigner Weißkopf

* Heitler-Ma ......

W. Heitler: „The Quantum theory of Radiation“ (Dover)

IV - 16 V - 17, 18