Geislun og loftnet

Leiðarar með tímaháðum straumum og hleðslum mynda rafsegulsvið.

fyrir lokubundnar uppsprettur höfum við leitt út (í fasorarithætti)

$$\bar{A} = \frac{\mu}{4\pi}\int_{V'} \frac{\bar{J} e^{-ikR}}{R} dv'$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon}\int_{V'} \rho \frac{e^{-ikR}}{R} dv'$$

$$k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

frá $\bar{A}$ og V má síðan finna

$$\bar{H} = \frac{1}{\mu}\bar{\nabla}\times\bar{A}$$

$$\bar{E} = -\bar{\nabla}V - i\omega\bar{A}$$

flæðir orka út í óendanleikann?

Við þurfum að skoða lausnirnar nœrri og fjærri uppsprettum til þess að finna hvort rafsegulsvið berist frá þeim

Gefum okkur $\bar{J}$ og/eða ρ og reiknum $\bar{A}$ og/eða V. Fyrsta nálgun því $\bar{A}$ og $\bar{V}$ verka líka á $\bar{J}$ og ρ. Þarf að leysast sjálfsamkvæmt

$\bar{A}$ og V tengjast í gegnum Lorentz skilyrðin og ρ og $\bar{J}$ í gegnum samfelldnijöfnuna

$$\bar{\nabla}\cdot\bar{J} = -i\omega\rho$$

Eins tengjast $\bar{E}$ og $\bar{H}$

$$\bar{E} = \frac{1}{i\omega\epsilon}\bar{\nabla}\times\bar{H}$$

Við veljum

1. Reiknum $\bar{A} \leftarrow \bar{J}$
2. $\bar{A} \rightarrow \bar{H}$
3. $\bar{H} \rightarrow \bar{E}$

Einnig má reyna

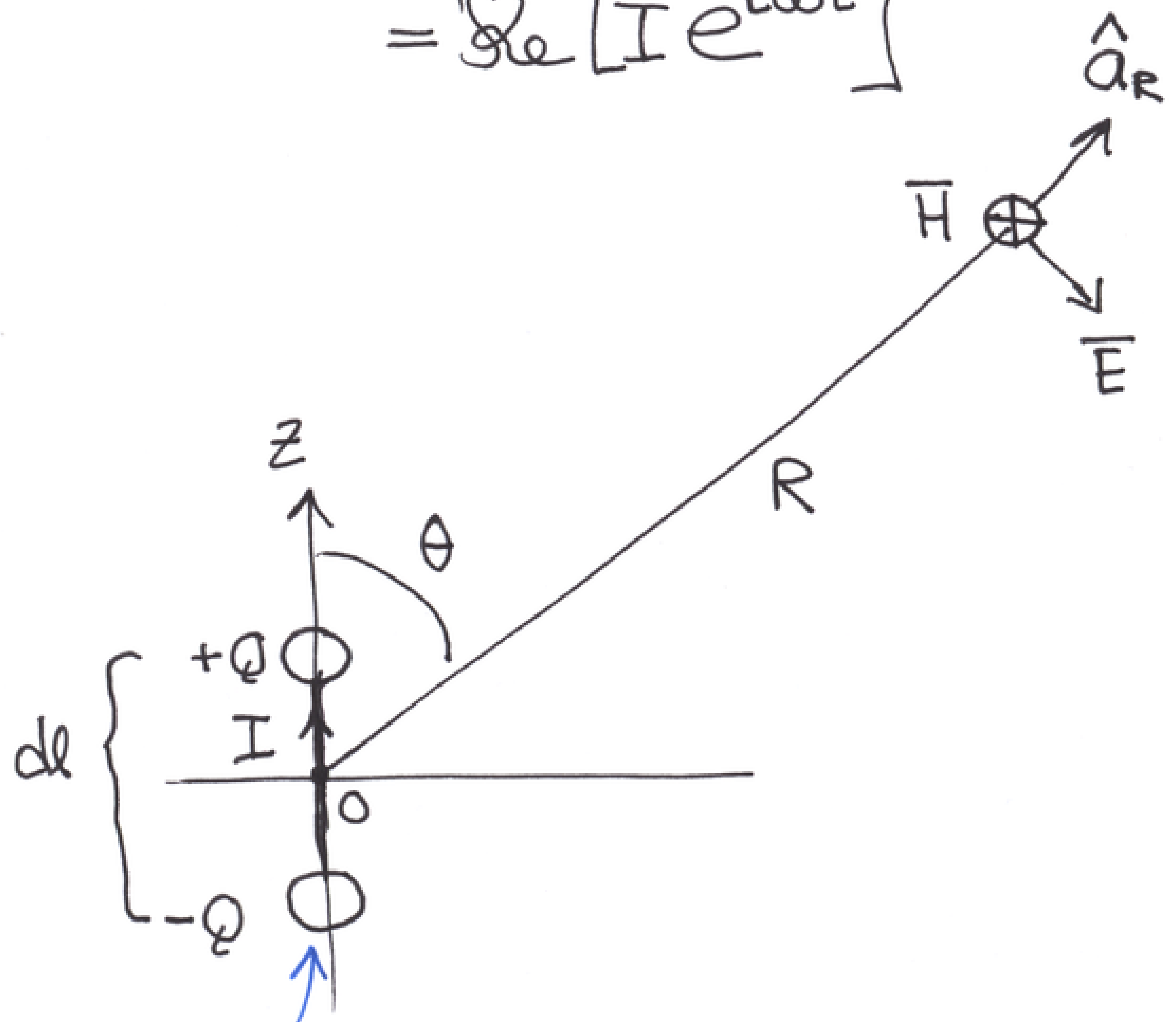
1. $\bar{A} \leftarrow \bar{J}$ $\quad V \leftarrow \rho$
2. $\bar{A}, V \rightarrow \bar{E}$
3. $\bar{A} \rightarrow \bar{H}$ (eða $\bar{E} \rightarrow \bar{H}$)

fyrri leiðin er einfaldari í flestum tilfellum.

Raftvískaut

Ef straumurinn er

$$i(t) = I\cos(\omega t) = \mathrm{Re}\left[I e^{i\omega t}\right]$$



Kúla diskur
Rýmdar álag

Hleðsla getur safnast á endunum

$$i(t) = \pm \frac{dq(t)}{dt}$$

$$q(t) = \mathrm{Re}\left[Q e^{i\omega t}\right]$$

fyrir fasorana fæst þá

$$I = \pm i\omega Q$$

eða

$$Q = \pm \frac{I}{i\omega}$$

Leiðir til tvískautvægis

$$\overline{p} = \hat{a}_z Q\, dl$$

↑ fasoratákunum

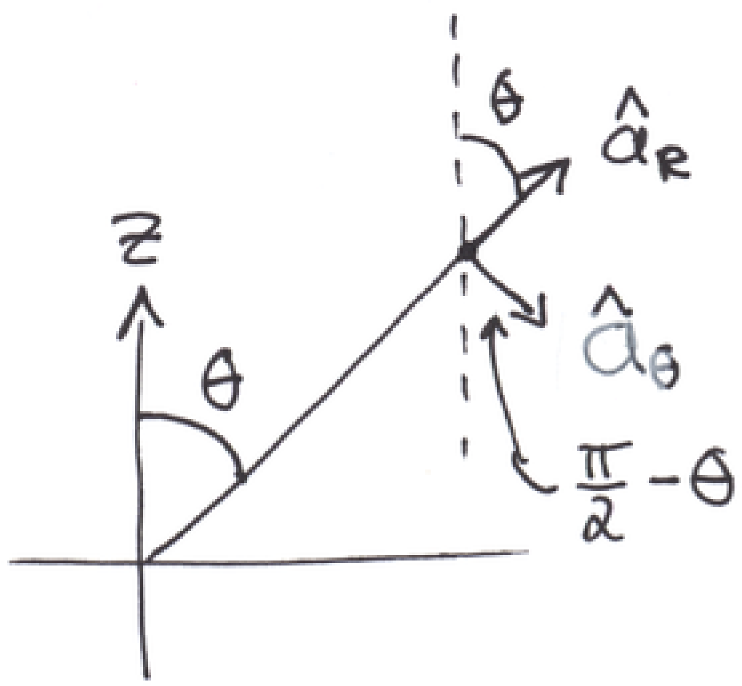
Tvískaut Hertz

$$\bar{A} = \hat{a}_z \frac{\mu_0 I\, dl}{4\pi}\left(\frac{e^{-i\beta R}}{R}\right)$$

þar sem $\beta = k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$

Viljum nota kúluhnit

$$\hat{a}_z = \hat{a}_R \cos\theta - \hat{a}_\theta \sin\theta$$



$$A_R = A_z \cos\theta = \frac{\mu_0 I\, dl}{4\pi}\left(\frac{e^{-i\beta R}}{R}\right)\cos\theta$$

$$A_\theta = -A_z \sin\theta = -\frac{\mu_0 I\, dl}{4\pi}\left(\frac{e^{-i\beta R}}{R}\right)\sin\theta$$

$$A_\phi = 0$$

$\bar{A}$ er ekki fall af ϕ því fæst

$$\bar{H} = \frac{1}{\mu_0}\bar{\nabla}\times\bar{A} = \hat{a}_\phi \frac{1}{\mu_0 R}\left\{\frac{\partial}{\partial R}(RA_\theta) - \frac{\partial A_R}{\partial \theta}\right\}$$

$$= -\hat{a}_\phi \frac{I\, dl}{4\pi}\beta^2 \sin\theta \left\{\frac{1}{i\beta R} + \frac{1}{(i\beta R)^2}\right\} e^{-i\beta R}$$

og fyrir rafsviðið

$$\bar{E} = \frac{1}{i\omega\epsilon_0} \bar{\nabla} \times \bar{H}$$

$$= \frac{1}{i\omega\epsilon_0}\left\{\hat{a}_R \frac{1}{R\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(H_\phi \sin\theta) - \hat{a}_\theta \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}(R H_\phi)\right\}$$

$$\rightarrow \begin{cases} E_R = -\frac{Idl}{4\pi}\eta_0 \beta^2 \, 2\cos\theta \left\{\frac{1}{(i\beta R)^2} + \frac{1}{(i\beta R)^3}\right\} e^{-i\beta R} \\ E_\theta = -\frac{Idl}{4\pi}\eta_0 \beta^2 \sin\theta \left\{\frac{1}{i\beta R} + \frac{1}{(i\beta R)^2} + \frac{1}{(i\beta R)^3}\right\} e^{-i\beta R} \\ E_\phi = 0 \end{cases}$$

Nærsvið

$$\beta R = \frac{2\pi R}{\lambda} \ll 1$$

$$\rightarrow H_\phi \rightarrow \frac{I dl}{4\pi R^2} \sin\theta$$

sama formlega útlit og fyrir segulstöðusviðið

(við erum þó hér með fasora)

því $e^{-i\beta R} \rightarrow 1$

fyrir rafsviðið fæst

$$E_R = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 R^3} 2\cos\theta$$

Aftur sama útlit og fyrir rafstöðusvið tvískauts

$$E_\theta = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 R^3} \sin\theta$$

Fjærsvið

$$\beta R = 2\pi R/\lambda \gg 1 \qquad \left(R \gg \frac{\lambda}{2\pi} \right)$$

$$\boxed{\begin{aligned} H_\phi &\to i\frac{Idl}{4\pi}\left(\frac{e^{-i\beta R}}{R}\right)\beta \sin\theta \\ E_\theta &\to i\frac{Idl}{4\pi}\left(\frac{e^{-i\beta R}}{R}\right)\eta_0 \beta \sin\theta \end{aligned}}$$

Mislæit kúlubylgja á leið út frá tvípól
Á smáum fleti hefur hún eiginleika sléttrar bylgju í tómarúmi

Sviðin eru í tíma fasa, $\frac{E_\theta}{H_\phi} = \eta_0$

$\frac{1}{R}$ -hegðun leiðir til þess að orkuflæðið í gegnum kúluflöt með geisla $R \to \infty$ hverfur ekki

Hér sést skýrt eftir að nærsviðs eiginleikunum

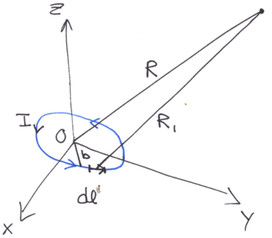
Segultvískaut

$$i(t) = I\cos(\omega t)$$

$\Downarrow$

Segultvískautsvogi

$$\overline{m} = \hat{a}_z I \pi b^2 = \hat{a}_z m$$



$$\overline{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{e^{-i\beta R_1}}{R_1} d\overline{l}'$$

Nálgun fyrir smáan hring

$$e^{-i\beta R_1} = e^{-i\beta R - i\beta(R_1 - R)}$$

$$\approx e^{-i\beta R}\left\{1 - i\beta(R_1 - R) + \cdots\right\}$$

$$\overline{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} e^{-i\beta R}\left[(1 + i\beta R)\oint \frac{d\overline{l}'}{R_1} - i\beta \underbrace{\oint d\overline{l}'}_{=0}\right]$$

hvis først

$$\bar{A} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 m}{4\pi R^2}(1+i\beta R)e^{-i\beta R}\sin\theta$$

og hvis

$$E_\phi = \frac{i\omega\mu_0 m}{4\pi}\beta^2 \sin\theta \left\{\frac{1}{i\beta R} + \frac{1}{(i\beta R)^2}\right\} e^{-i\beta R}$$

$$H_R = -\frac{i\omega\mu_0 m}{4\pi\eta_0}\beta^2 2\cos\theta \left\{\frac{1}{(i\beta R)^2} + \frac{1}{(i\beta R)^3}\right\} e^{-i\beta R}$$

$$H_\theta = -\frac{i\omega\mu_0 m}{4\pi\eta_0}\beta^2 \sin\theta \left\{\frac{1}{i\beta R} + \frac{1}{(i\beta R)^2} + \frac{1}{(i\beta R)^3}\right\} e^{-i\beta R}$$

Tvískautin eru lík

$$E_e \leftrightarrow \eta_0 H_m \qquad \text{Ef} \qquad I\,dl \leftrightarrow i\beta m$$

$$H_e \leftrightarrow -\frac{E_m}{\eta_0}$$

fjærsviðin eru

$$E_\phi = \frac{\omega\mu_0 m}{4\pi}\left(\frac{e^{-i\beta R}}{R}\right)\beta\sin\theta$$

$$H_\theta = -\frac{\omega\mu_0 m}{4\pi\eta_0}\left(\frac{e^{-i\beta R}}{R}\right)\beta\sin\theta$$

því gildir allt áður sagt hér líka

$$\boxed{\text{Tvískautin geisla rafsegulsviði}}$$