Rafgas

Venjulega í heild óhlaðið

Rafeindir + jónir í efri loftlögum ← geislun sólar

Rafeindir í málmi, jónir kristallsins

. . . . . .

Einfalt líkan

Ímyndum okkur rafeind bundna samkv. lögmáli Hooks

$$-e\bar{E} = m\frac{d^2\bar{x}}{dt^2} = -m\omega^2\bar{x}$$

hvikum rafeindarinnar er

$$\bar{x} = \frac{e}{m\omega^2}\bar{E}$$

Tákn ~~ið~~ m. fasorum, ytra sviðið er lotubundið.

→ tilverður skautun

$$\bar{p} = -e\bar{x}$$

fyrir N rafeindir í einingarrúmáli fæst skautunarþéttnin

$$P = Np = -\frac{Ne^2}{m\omega^2}\bar{E}$$

Því fæst

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P}$$

$$= \epsilon_0 \left(1 - \frac{Ne^2}{m\omega^2 \epsilon_0}\right) \bar{E}$$

$$= \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \bar{E}$$

þar sem

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\epsilon_0}}$$

er rafgastíðnin, náttúrulegur tíðniskali rafgass.

$$\epsilon_p = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$$

$$\gamma = i\omega\sqrt{\mu\epsilon_0}\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$$

→ Ef $\omega < \omega_p$

→ $\gamma \in \mathbb{R}$, engin bylgja berst. Dofnun

→ Ef $\omega > \omega_p$

γ hefur einungis þverhluta

Bylgja berst án dofnunar

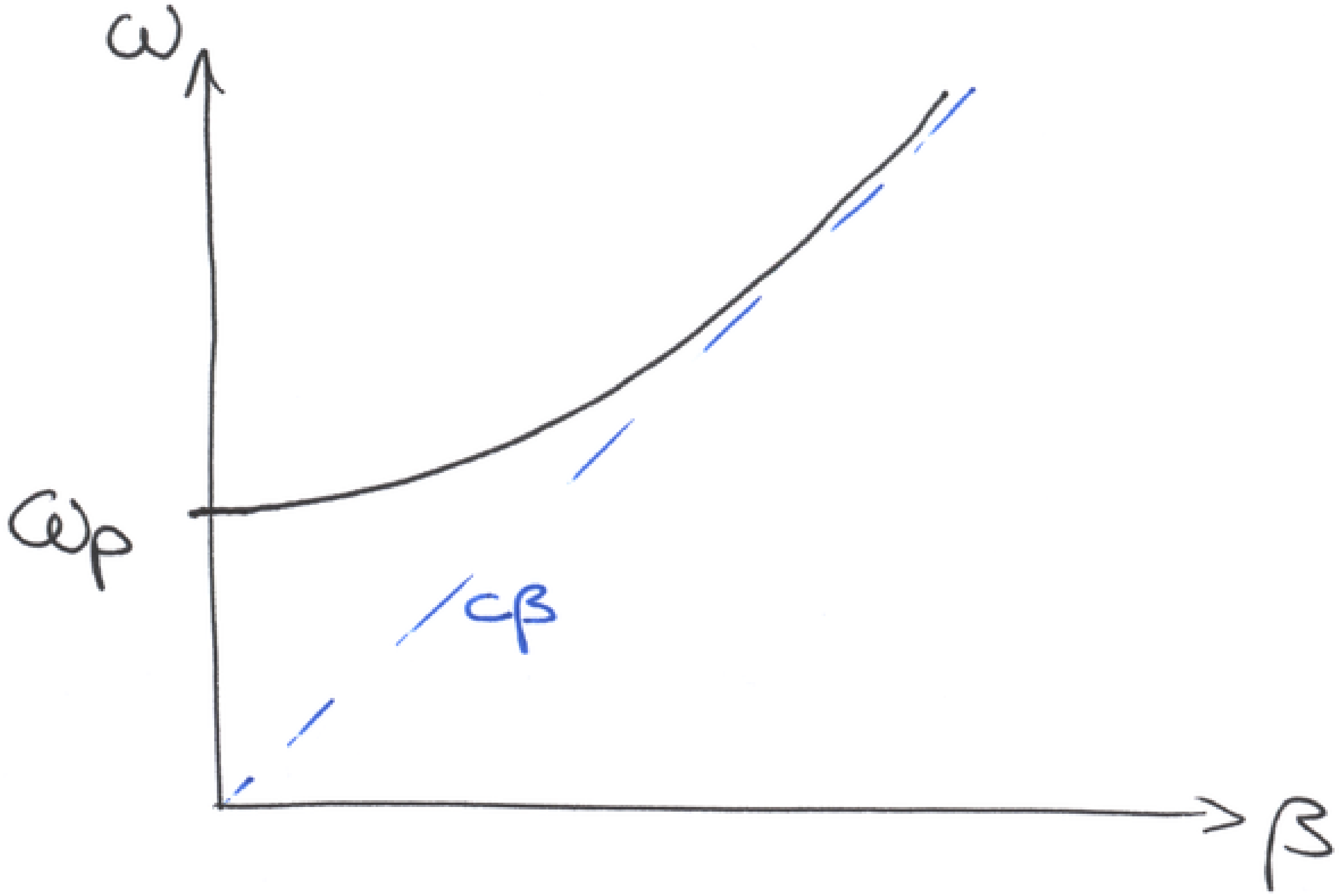
ω_p er þröskuldstíðni

Þegar $\epsilon_p = 0$ þarf
hverfandi ytri truflun
$\bar{D}$ til þess að koma
af stað plasmasveiflum
með tilheyrandi sveiflum
í $\bar{E}$ (sem dofna ekki).

Rafgasherma

Betri útleiðsla sýnir
að báði eru til þver-
og langbylgjur í
rafgasinu. Í 3D
hafa báðar sömu
þröskuldstíðnina

Alltaf dofnun til staðar en
hún getur verið lítil......



Hvað með plasma-rásir í stað
rafrása ?

Grúpuhraði

Í taplausum miðli

$$u_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{\mu\epsilon}}$$

var fasahraðinn u_p fasti.

fyrir efni með tapi er ϵ fall af ω og því ólíklegt að u_p sé fasti.

$\downarrow$

Tvístrun (dispersion)

púls með bylgjum með mism. tíðni liðast í sundur með t

Hver bylgja hefur fasahraða og púlsinn hefur grúpuhraða

(fasahraði er nothæft hugtak fyrir merki með þröngt tíðnisvið.)

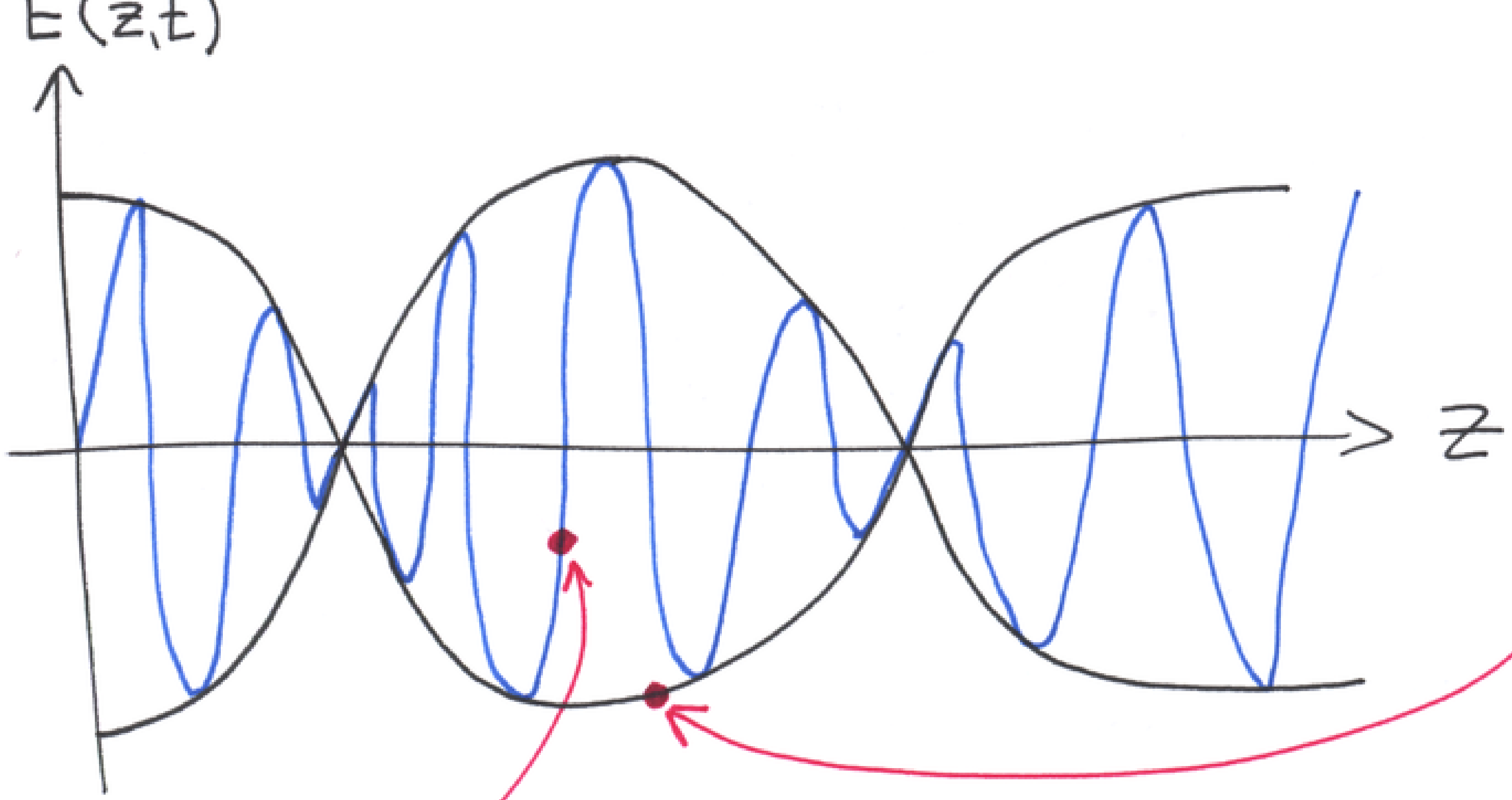
Skoðum tvær bylgjur með tíðni og fasastuðla

$\omega_0 + \Delta\omega$, $\beta_0 + \Delta\beta$

$\omega_0 - \Delta\omega$, $\beta_0 - \Delta\beta$

$$E(z,t) = E_0 \cos\left[(\omega_0 + \Delta\omega)t - (\beta_0 + \Delta\beta)z\right]$$
$$+ E_0 \cos\left[(\omega_0 - \Delta\omega)t - (\beta_0 - \Delta\beta)z\right]$$

$$= \underbrace{2E_0 \cos(t\Delta\omega - z\Delta\beta)}_{\text{útslagið}} \cos(\omega_0 t - \beta_0 z)$$



grúpuhraði $t\Delta\omega - z\Delta\beta$ = fa

$$u_g = \frac{dz}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta} = \frac{1}{\left(\frac{\Delta\beta}{\Delta\omega}\right)}$$

og almennari jafna er

$$\boxed{u_g = \frac{1}{\left(\frac{d\beta}{d\omega}\right)}}$$

fasahraði $\omega_0 t - \beta_0 z$ = fasti

$$\rightarrow \boxed{u_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega_0}{\beta_0}}$$

Skoðum fyrir rafgasbylgjuna

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon_0}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$$

$$= \frac{\omega}{c}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$$

fyrir $\omega > \omega_p$ berst bylgja með fasahraða

$$u_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}}$$

og grúpuhraða

$$u_g = \frac{1}{\left(\frac{d\beta}{d\omega}\right)} = c\sqrt{1-\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$$

því er

$$u_p \geq c, \qquad u_g \leq c$$

og $\boxed{u_p u_g = c^2}$ hér.

Almennt má tengja u_g og u_p

$$u_p = \frac{\omega}{\beta}$$

$$\frac{d\beta}{d\omega} = \frac{d}{d\omega}\left(\frac{\omega}{u_p}\right) = \frac{1}{u_p} - \frac{\omega}{u_p^2}\frac{du_p}{d\omega}$$

$$\rightarrow u_g = \frac{u_p}{1 - \frac{\omega}{u_p}\underbrace{\frac{du_p}{d\omega}}_{\text{tvístrun}}}$$

Því sést:

Engin tvístrun

$$\frac{du_p}{d\omega} = 0 \longrightarrow u_g = u_p$$

Venjuleg tvístrun

$$\frac{du_p}{d\omega} < 0 \longrightarrow u_g < u_p$$

fasahraði minnkar með vaxandi tíðni

Afbrigðileg tvístrun

$$\frac{du_p}{d\omega} > 0 \longrightarrow u_g > u_p$$

fasahraði vex með vaxandi tíðni

passar ekki við myndina af tveimur bylgjum lögðum saman hér að framan

$\longrightarrow$ afbrigðilegt

Orkuflæði

Við höfum tvær jöfnur Maxwells sem lýsa tímabreytingum

$$\overline{\nabla}\times\overline{E} = -\frac{\partial\overline{B}}{\partial t}$$

$$\overline{\nabla}\times\overline{H} = \overline{J} + \frac{\partial}{\partial t}\overline{D}$$

Ennfremur gildir um $\overline{E}\times\overline{H}$

$$\overline{\nabla}\cdot(\overline{E}\times\overline{H}) = \overline{H}\cdot(\overline{\nabla}\times E) - \overline{E}\cdot(\overline{\nabla}\times\overline{H})$$

almenn vigurjafna

Notum til þess að umskrifa

$$\overline{\nabla}\cdot(\overline{E}\times\overline{H}) = -\overline{H}\cdot\frac{\partial\overline{B}}{\partial t} - \overline{E}\cdot\frac{\partial\overline{D}}{\partial t} - \overline{E}\cdot\overline{J}$$

Tökum einfalt efni þar sem ϵ, μ og ∇ eru óháð t

$$\overline{H}\cdot\frac{\partial\overline{B}}{\partial t} = \overline{H}\cdot\frac{\partial(\mu\overline{H})}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial(\mu\overline{H}\cdot\overline{H})}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\mu H^2\right)$$

$$\overline{E}\cdot\frac{\partial\overline{D}}{\partial t} = \overline{E}\cdot\frac{\partial(\epsilon\overline{E})}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial(\epsilon\overline{E}\cdot\overline{E})}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\epsilon E^2\right)$$

Eins er $\bar{E}\cdot\bar{J} = \bar{E}\cdot(\sigma\bar{E}) = \sigma E^2$

því fæst

$$\bar{\nabla}\cdot(\bar{E}\times\bar{H}) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\epsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2\right) - \sigma E^2$$

Heildum yfir rúmið V og breytum fyrsta liðnum í flatarheildi

$$\oint_S (\bar{E}\times\bar{H})\cdot d\bar{s} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_V \left(\frac{1}{2}\epsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2\right) dv - \int_V \sigma E^2 dv$$

Skilgreinum $\boxed{\bar{\mathcal{P}} = \bar{E}\times\bar{H}}$ vigur Poyntings

og notum $w_e = \frac{1}{2}\epsilon E^2 = \frac{1}{2}\epsilon\bar{E}\cdot\bar{E}^*$ orkuþéttleiki rafsviðs

skoðum betur næst

$w_m = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}\mu\bar{H}\cdot\bar{H}^*$ — || — segulsviðs

$$p_T = \sigma E^2 = J^2/\sigma = \sigma \bar{E}\cdot\bar{E}^* = \bar{J}\cdot\bar{J}^*/\sigma$$

afl þétt-
leiki v. viðnáms

þá verður jafnan

$$\boxed{-\oint_S \bar{\wp}\cdot d\bar{s} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V (w_e + w_m)\,dv + \int_V p_T\,dv}$$

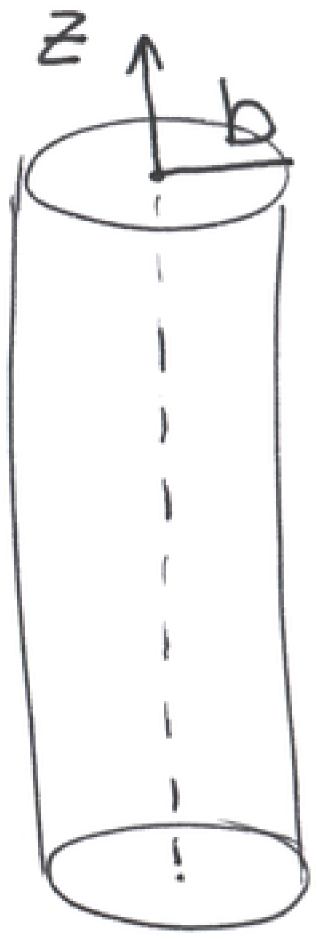
Heildaraflið sem flæðir inn í V um S

leiðir til aukningar á geymdri segul og rafortku

og aflsins sem eyðist í viðnámi innan V

$\bar{\mathcal{P}}$ er vigur sem sýnir flæði aflþéttleika

Dæmi



Langur leiðandi vír ber straum I (d.c.)

$$\bar{J} = \hat{a}_z \frac{I}{\pi b^2}, \qquad \bar{E} = \frac{\bar{J}}{\sigma} = \hat{a}_z \frac{I}{\sigma \pi b^2}$$

Við yfirborð vírsins er

$$\bar{H} = \hat{a}_\phi \frac{I}{2\pi b}$$

Því er Poyntingvigurinn á yfirborðinu

$$\bar{\mathcal{P}} = \bar{E} \times \bar{H} = (\hat{a}_z \times \hat{a}_\phi) \frac{I^2}{2\sigma \pi^2 b^3}$$

$$= -\hat{a}_r \frac{I^2}{2\sigma \pi^2 b^3}$$

inní vírinn

heildum yfir yfirborðið

,, lengd" vírs

$$-\oint_S \overline{\mathcal{P}} \cdot d\overline{s} = -\oint_S \mathcal{P} \cdot \hat{a}_r \, ds = \left(\frac{I^2}{2\sigma\pi^2 b^3} \right) 2\pi b \ell$$

flöði afls inn í vírinn

$$= I^2 \left(\frac{\ell}{\sigma \pi b^2} \right) = I^2 R$$

$$R = \frac{\ell}{\sigma S}$$

Orkan sem eyðist vegna viðnáms vírs