Segulorka

Ein straumlykkja, straumur aukinn frá $0 \to I_1$

Vitum að lykkjan vinnur á móti breytingunni með íspennu

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt}$$

Vinnan sem framkvæma þarf

$$W_1 = \int v_1 i_1 \, dt = L_1 \int_0^{I_1} i_1 di_1$$

$$= \frac{1}{2} L_1 I_1^2$$

fyrir N-lykkjur fæst

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} L_{jk} I_j I_k$$

Athugum hvort hægt sé ~~að~~ tengja orkuna við segulflæðisviðið í ~~stað~~ straumsins um rásina

[Orkuna í þetta mætti hugsa í sviðinu eða hvorstu uppröðuninni]

Segulorka í sviði

Cheng sýnir að orkan í segulflæðisviði sé

$$W_m = \frac{1}{2}\int_{V'} \overline{H}\cdot\overline{B}\, dv'$$

og því sé segulorkuþéttleikinn

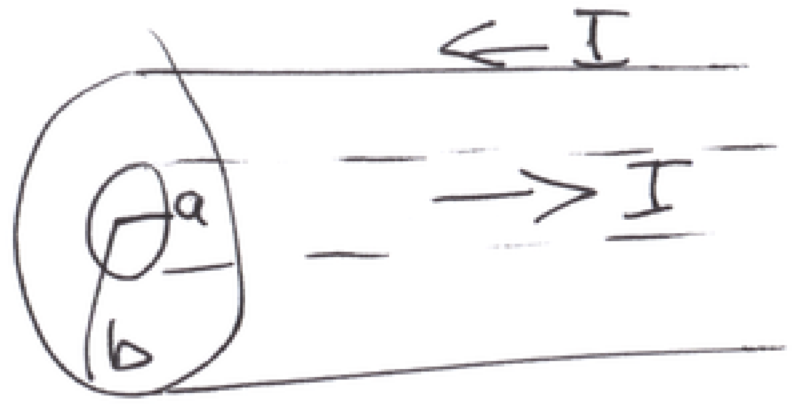
$$w_m = \frac{1}{2}\overline{H}\cdot\overline{B}$$

$$= \frac{B^2}{2\mu}$$

$$= \frac{1}{2}\mu H^2$$

Dæmi

Reiknum aftur L' fyrir samása kapal án þess að nota flæðistengslin Λ.



Í innri leiðaranum

$$W'_{m1} = \frac{1}{2\mu_0}\int_0^a B_{\phi 1}^2\, 2\pi r\, dr$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a^4}\int_0^a r^3 dr = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$$

milli leiðara

$$W'_{m2} = \frac{1}{2\mu_0}\int_a^b B_{\phi 2}^2 \, 2\pi r \, dr$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

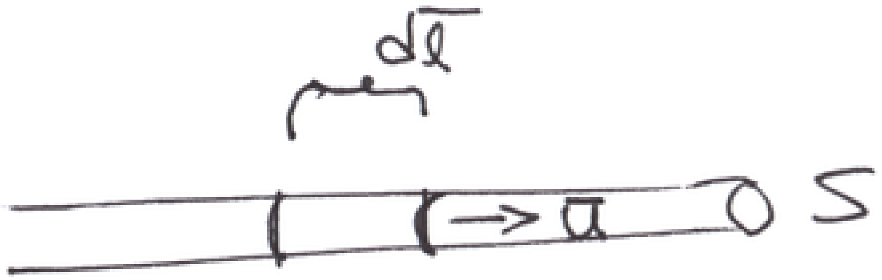
almennt gildir $W_m = \frac{1}{2} L I^2$

$$\rightarrow L' = \frac{2}{I^2}\left(W'_{m1} + W'_{m2}\right)$$

$$= \frac{\mu_0}{8\pi} + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Eins og áður, en á miklu einfaldari hátt.

Kraftar og vægi milli straumleiðara



Lorentz krafturinn (segulhlutinn)

$$\bar{F}_m = q \bar{u} \times \bar{B}$$

verkar á eindir í leiðara

$$d\bar{F}_m = -neS|d\bar{l}| \, \bar{u} \times \bar{B}$$

$$= -neS|\bar{u}| \, d\bar{l} \times \bar{B}$$

n: þéttleiki einda

$d\bar{l}$ samsíða $\bar{u}$

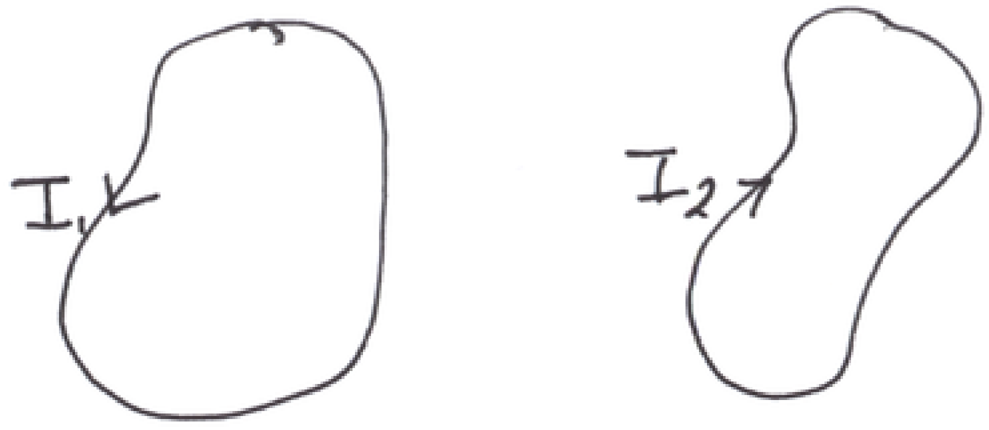
$$I = -neS|\bar{u}|$$

$$\rightarrow d\bar{F}_m = I\, d\bar{l} \times \bar{B}$$

Segulkrafturinn lokaða rás C með straum í sviðinu B er

$$\bar{F}_m = I \oint_C d\bar{l} \times \bar{B}$$

Tvær lokaðar rásir



Kraftur á C_1 vegna segulsviðs frá C_2 er

$$\bar{F}_{21} = I_1 \oint_{C_1} d\bar{l}_1 \times \bar{B}_{21}$$

Biot-Savart

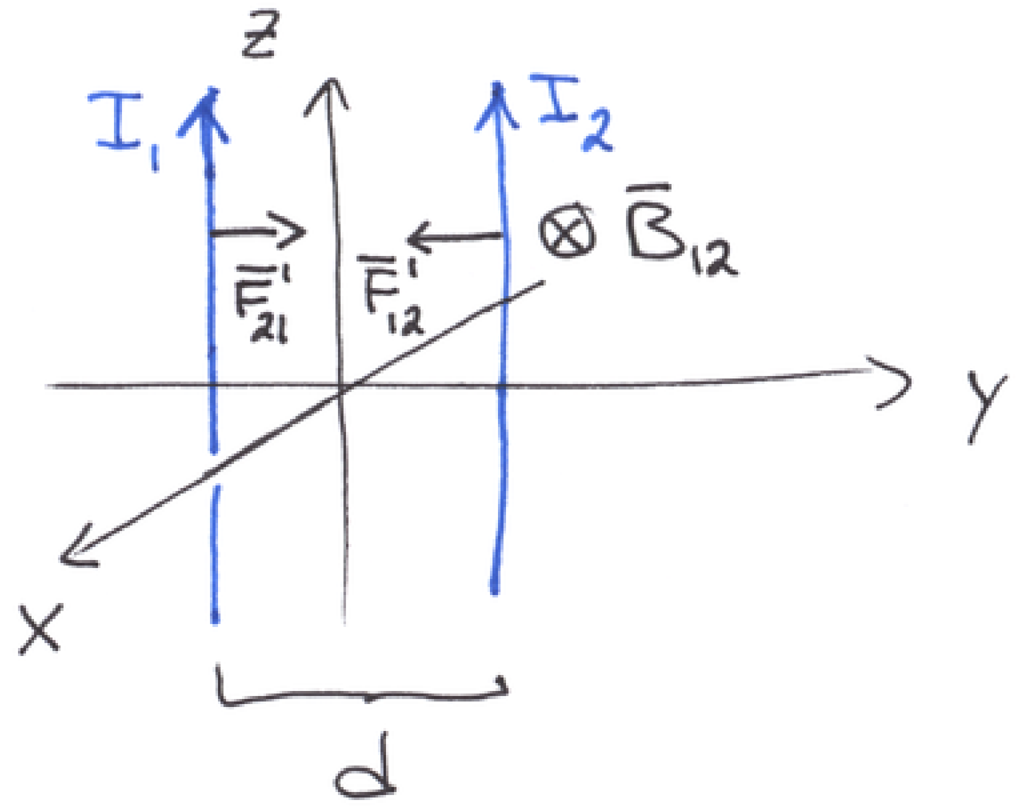
$$\bar{B}_{21} = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \oint_{C_2} \frac{d\bar{l}_2 \times \hat{a}_{R_{21}}}{R_{21}^2}$$

Því er krafturinn milli rásanna

$$\bar{F}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\bar{l}_1 \times (d\bar{l}_2 \times \hat{a}_{R_{21}})}{R_{21}^2}$$

Í bók er sýnt að $\bar{F}_{21} = -\bar{F}_{12}$ eins og verður að vera

Dæmi



Samsíða straumvírar í x-y-sléttu

Kraftur á vír 2 á lengdareiningu vegna segulflæðisviðs við vír 2 frá straum I_1 í vír 1

$$\bar F_{12}' = I_2(\hat a_z \times \bar B_{12})$$

Ampère reglan gefur

$$\bar B_{12} = -\hat a_x \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \longrightarrow \bar F_{12}' = -\hat a_y \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

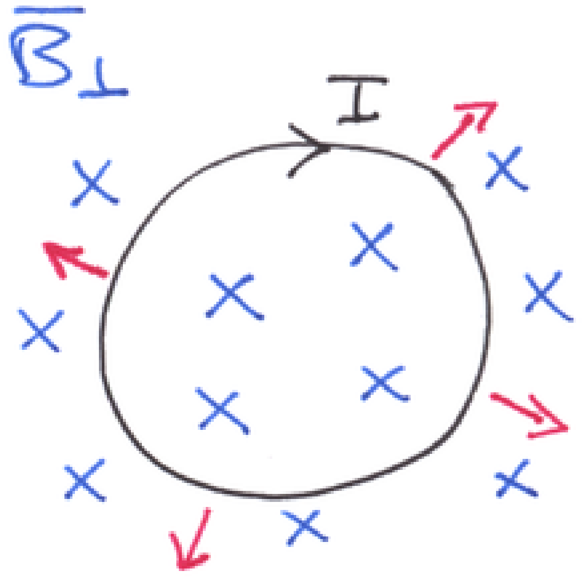
Kraftur í átt að hinum vírnum

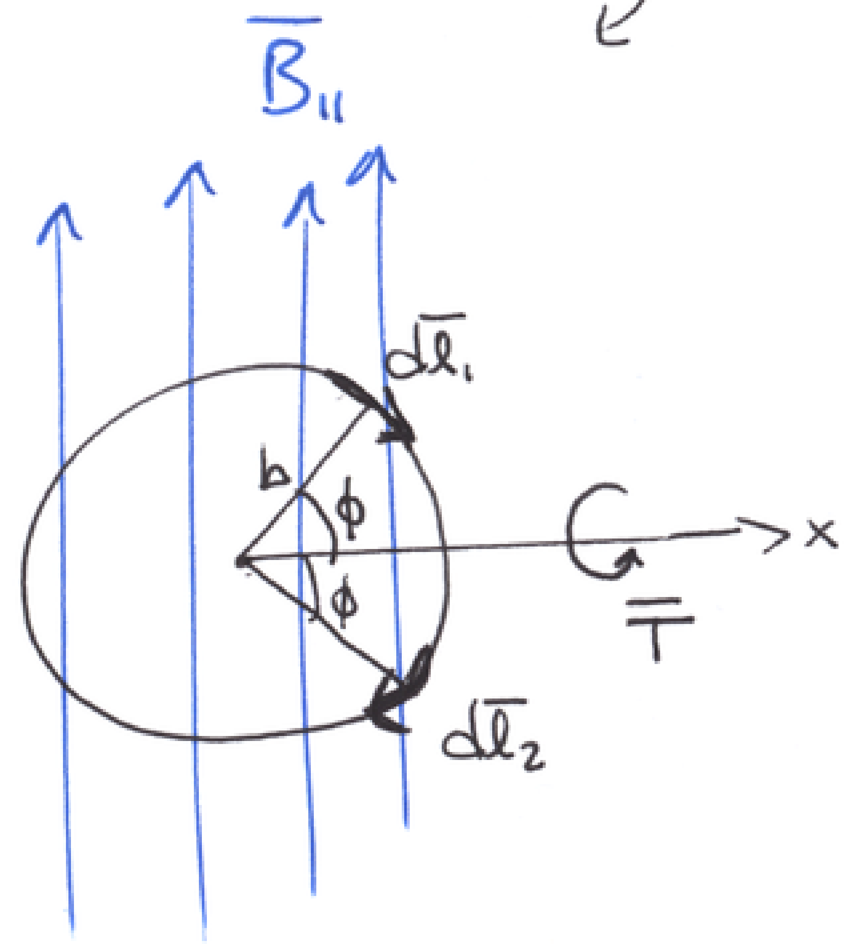
Samsíða straumar → aðdráttarkraftur

Andsamsíða str. → fráhrindikraftur

Lykkja í föstu sviði

$$\bar{B} = \bar{B}_\perp + \bar{B}_\parallel$$ miðað við lykkju





$\bar{B}_\perp$ þenur lykkjuna út eða ýtir saman

$\bar{B}_\parallel$ reynir að snúa lykkju

$$dT = \hat{a}_x\, 2\,(dF)\, b \sin\phi$$

$$= 2\hat{a}_x (I\, dl\, B_\parallel \sin\phi)\, b \sin\phi$$

$$= a_x\, 2 I b^2 B_\parallel \sin^2\phi\, d\phi$$

Ef $dF = |d\bar{F}_1| = |d\bar{F}_2|$

$|d\bar{l}_1| = |d\bar{l}_2| = b\,d\phi$

$$T = \int dT = \hat{a}_x\, 2 I b^2 B_\parallel \int_0^\pi \sin^2\phi\, d\phi$$

$$= \hat{a}_x I (\pi b^2) B_\parallel$$

Ef við skilgreinum segul-tvískautsvægið

$$\overline{m} = \hat{a}_n I (\pi b^2) = \hat{a}_n I S$$

þá fæst

$$\boxed{T = \overline{m} \times \overline{B}}$$

$$\left(\text{því } \overline{m} \times (\overline{B}_\perp + \overline{B}_\parallel) = \overline{m} \times \overline{B}_\parallel \right)$$

gildir aðeins í föstu einsleitu sviði

Kraftar reiknaðir út frá orkuvarðveislu

Fast flæði

Kerfi rásá. Hvíkun einnar rásar um $d\overline{l}$ leiðir ekki til flæðisbreytingar → engin orka flýtur til rásanna

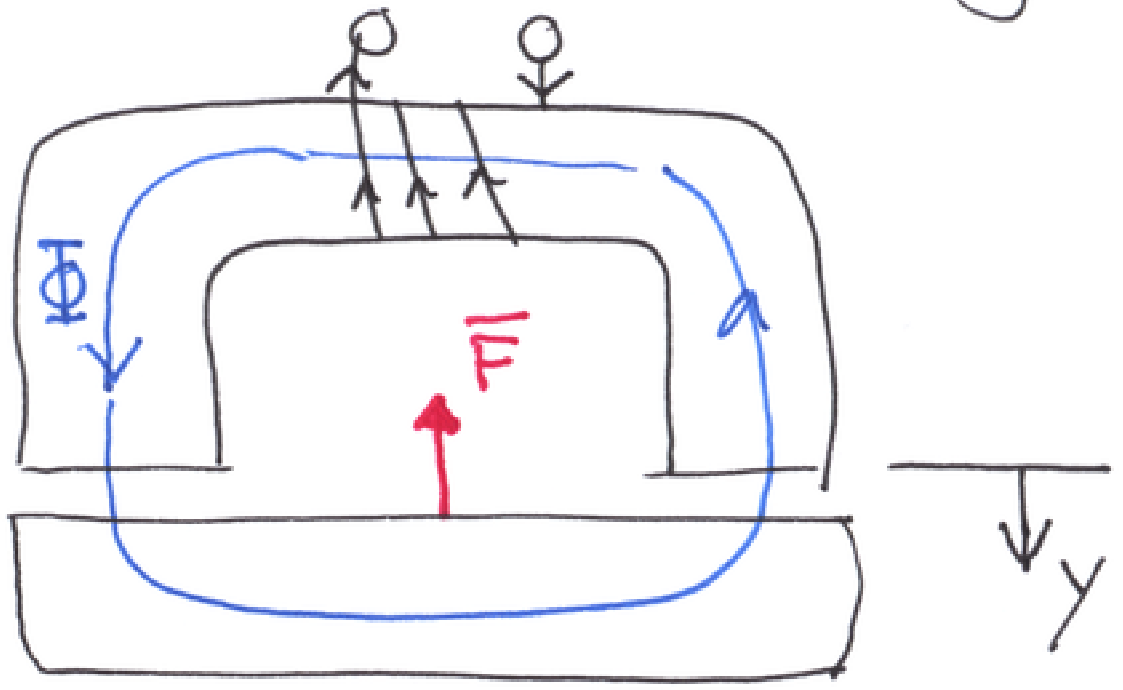
mekanísk vinna kerfisins

$$\overline{F}_\Phi \cdot d\overline{l} = -dW_m$$

$$= -(\overline{\nabla} W_m) \cdot d\overline{l}$$

minnkar orku þess

Dæmi Rafsegull



aukin geil dy eykur orku kerfisins um dW_m (Φ er fasti)

$$dW_m = d(W_m)_{geil} = 2\left(\frac{B^2}{2\mu_0} S\,dy\right)$$

$$= \frac{\Phi^2}{\mu_0 S} dy$$

$$\bar{F}_\Phi = \hat{a}_y (F_\Phi)_y = -\hat{a}_y \frac{\Phi^2}{\mu_0 S}$$

aðdráttarkraftur

$$\left(\bar{F}_\Phi = -(\bar{\nabla} W_m)\cdot d\bar{l}\right)$$

føstir streymar

Í hesum tilfelli eru rásirnar tengdar við streymvøtur sum vinna gegn íspenningum í kervinum og leggja til orku.

$$dW_s = \sum_k I_k \, d\Phi_k$$

hesi orka er jøfn mekaniska vinnuni sum kervið framkvæmir og viðbót í segulorku

$$dW_s = dW + dW_m$$

$$dW_m = \frac{1}{2} \sum_k I_k \, d\Phi_k = \frac{1}{2} dW_s$$

tí fæst fyrir vinnu kervis

$$dW = \bar{F}_I \cdot d\bar{l} = dW_m$$

$$= (\bar{\nabla} W_m) \cdot d\bar{l}$$

$$\rightarrow \boxed{\bar{F}_I = \bar{\nabla} W_m}$$

Endurreiknum seguldomið

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

$$\Phi = \frac{NI}{\mathcal{R}_c + \frac{2y}{\mu_0 S}}$$

seguliðnám kjarna

geila

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{N^2}{\mathcal{R}_c + \frac{2y}{\mu_0 S}}$$

$$\bar{F}_I = \bar{\nabla} W_m = \frac{1}{2}\bar{\nabla}(LI^2)$$

$$= \hat{a}_y \frac{I^2}{2}\frac{dL}{dy} = -\hat{a}_y \frac{1}{\mu_0 S}\left(\frac{NI}{\mathcal{R}_c + \frac{2y}{\mu_0 S}}\right)^2 = -\hat{a}_y \frac{\Phi^2}{\mu_0 S}$$

Sama svar og áður fyrir kraftinn!

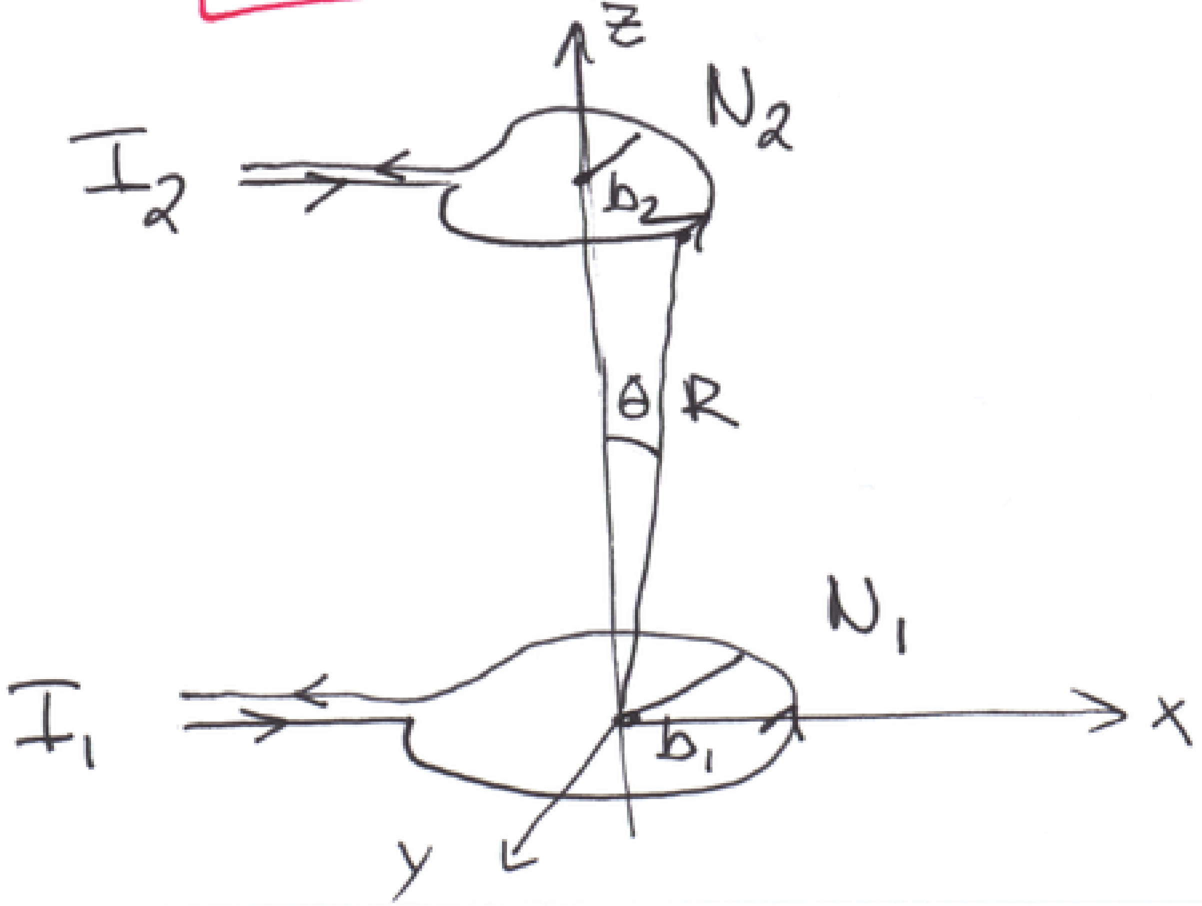
Kraftar frá víxlspani

Tvær lykkjur (spólur)

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + L_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2$$

fastur straumur

$$\boxed{\bar{F}_I = I_1 I_2 \bar{\nabla} L_{12}}$$



í spólu 2

$$\bar{A}_{12} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 N_1 I_1 b_1^2}{4R^2} \sin\theta$$

$$= \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 N_1 I_1 b_1^2}{4R^2} \left(\frac{b_2}{R}\right)$$

$$= \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 N_1 I_1 b_1^2 b_2}{4\left(z^2 + b_2^2\right)^{3/2}}$$

$$\Phi_{12} = \oint_{C_2} \bar{A}_{12} \cdot d\bar{l}_2$$

$$= \int_0^{2\pi} A_{12}\, b_2\, d\phi$$

$$= \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 N_1 I_1 b_1^2 b_2^2 \pi}{2\left(z^2 + b_2^2\right)^{3/2}}$$

$$L_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi b_1^2 b_2^2}{2(z^2 + b_2^2)^{3/2}}$$

$$\overline{F}_{12} = \hat{a}_z I_2 I_1 \left.\frac{dL_{12}}{dz}\right|_{z=d} = -\hat{a}_z I_1 I_2 \frac{3\mu_0 N_1 N_2 \pi b_1^2 b_2^2 d}{2(d^2 + b_2^2)^{5/2}}$$

$$\simeq -\hat{a}_z \frac{3\mu_0 m_1 m_2}{2\pi d^4} \qquad \text{if } d \gg b$$

if

$$m_1 = N_1 I_1 \pi b_1^2 \qquad m_2 = N_2 I_2 \pi b_2^2$$