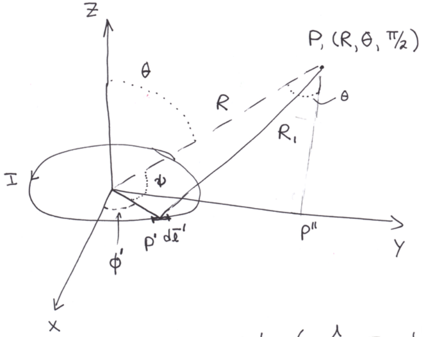
Segultvískaut

Straumlykkja, hringur með geisla b, í x-y-sléttu ber straum I



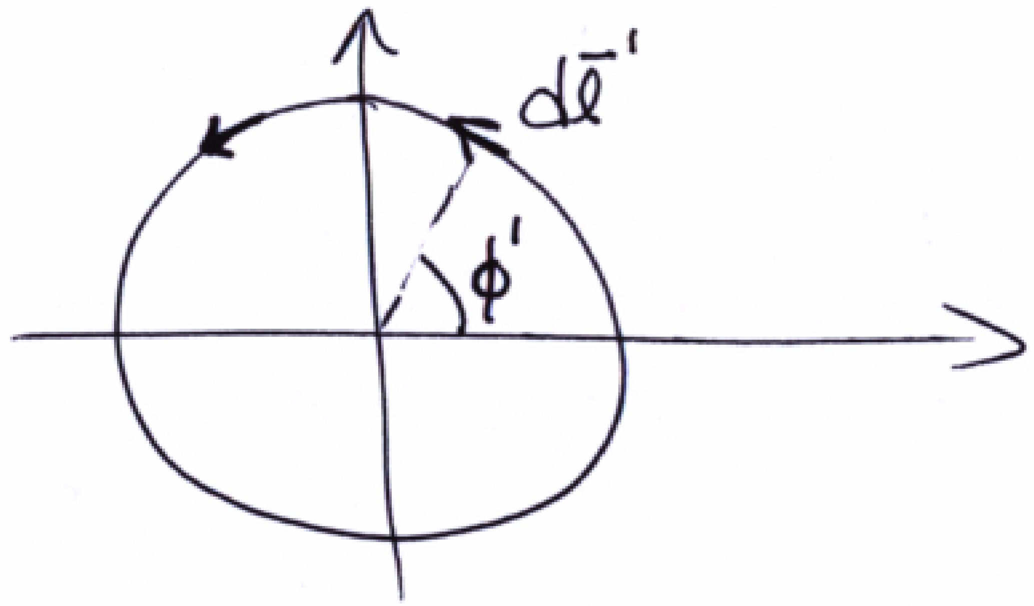
$$\bar{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\bar{l}'}{R_1}$$

Síðar þegar við viljum skoða markgildið $R >> b$ viljum við miða sviðið við fjarlægðina frá miðju straumlykkju R

$$d\bar{l}' = \left(-\hat{a}_x \sin\phi' + \hat{a}_y \cos\phi'\right) b\, d\phi'$$

②

Við höfum fest tímabundið P yfir y-ásnum



Speglað um y-ás finnst samsvarandi $d\bar{\ell}'$ þ.a. y-þáttur þessara tveggja straumfryma styttist út í heildun

$$\rightarrow \quad \bar{A} = -\hat{a}_x \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{b \sin\phi'}{R_1} d\phi'$$

Samkvæmt þessu gerir nægjanlegt að heilda helming bilsins og margfalda með 2. Eins er augljóst að almennur P gæfi $\hat{a}_\phi$ í stað $-\hat{a}_x$

$$\rightarrow \quad \bar{A} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\sin\phi'}{R_1} d\phi'$$

Cósinus regla gevur

$$R_1^2 = R^2 + b^2 - 2bR\cos\psi$$

ofanvarpið í tveimum skrefum í staðeins

skoðum á mynd leiðir í ljós at

$$R\cos\psi = R\cos\left(\tfrac{\pi}{2}-\theta\right)\cos\left(\tfrac{\pi}{2}-\phi'\right) = R\sin\theta\sin\phi'$$

og

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R}\left(1 + \frac{b^2}{R^2} - \frac{2b}{R}\sin\theta\sin\phi'\right)^{-1/2}$$

Viljum reikna fjær-svið og setjum tí $R^2 \gg b^2$

$$\rightarrow \frac{1}{R_1} \simeq \frac{1}{R}\left(1 - \frac{2b}{R}\sin\theta\sin\phi'\right)^{-1/2}$$

$$\simeq \frac{1}{R}\left(1 + \frac{b}{R}\sin\theta\sin\phi'\right)$$

því fæst

$$\bar{A} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 I b}{2\pi R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(1 + \frac{b}{R} \sin\theta \sin\phi'\right) \sin\phi' \, d\phi'$$

$$= \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 I b^2}{4R^2} \sin\theta \qquad \text{þ. } R >> b$$

og $\bar{B} = \bar{\nabla} \times \bar{A}$ gefur

$$\bar{B} = \hat{a}_R \frac{1}{R\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi \sin\theta) - \hat{a}_\theta \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R}(R A_\phi)$$

$$= \frac{\mu_0 I b^2}{4R^3} \left(\hat{a}_R \, 2\cos\theta + \hat{a}_\theta \sin\theta \right)$$

Heildið má leysa nákvæmlega án þess að nota R>>b þá fyrst

$$\bar{A} = \frac{\mu_0 I b}{\pi} \frac{1}{\sqrt{b^2+R^2+2Rb\sin\theta}} \left[\frac{(2-k^2)K(k) - 2E(k)}{k^2} \right]$$

$$k^2 = \frac{4bR\sin\theta}{R^2+b^2+2Rb\sin\theta}$$

og K og E eru fullkomnu sporbaugsheildin

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{da}{\sqrt{1-k^2\sin^2 a}} \quad , \quad E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2\sin^2 a}\, da$$

Lausnin er einungis sett hér til þess að sýna að hún sé til í formi vel þekktra falla.

Skoðum aftur lausnina

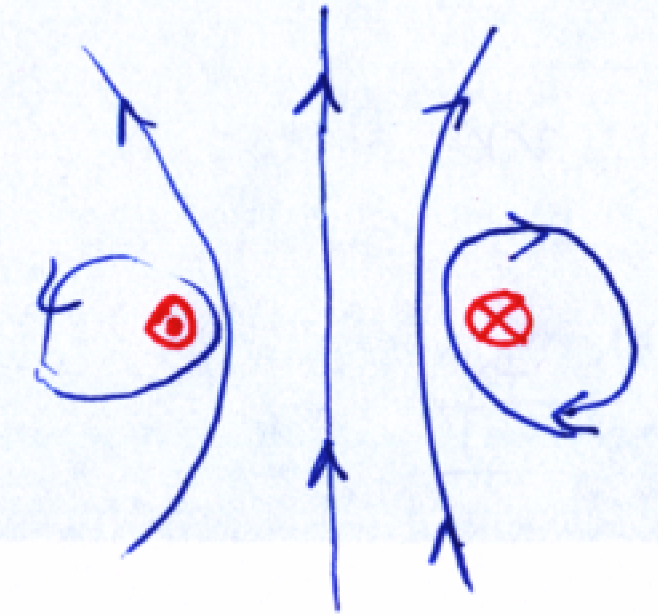
$$\bar{A} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 (I\pi b^2)}{4\pi R^2} \sin\theta$$

Ef skilgreint er tvískauts segulvægið

$$\bar{m} = \hat{a}_z I\pi b^2 = \hat{a}_z I S = \hat{a}_z m$$

þá fæst

$$\boxed{\bar{A} = \frac{\mu_0 \, \bar{m} \times \hat{a}_R}{4\pi R^2}}$$



Samanburður mættið frá raftvískauti

$$\boxed{V = \frac{\bar{p} \cdot \hat{a}_R}{4\pi\epsilon_0 R^2}}$$

Segull og jafngildur straumþéttleiki

Í efni finnast segultvískaut. Þau geta ~~raðast~~ upp og leitt til segulmar $\bar{M}$ — þéttleiki tvískaut vægis

$$d\bar{m} = \bar{M}\, dv'$$

$$\rightarrow \quad d\bar{A} = \mu_0 \frac{\bar{M} \times \hat{a}_R}{4\pi R^2}\, dv'$$

Er vigursviðið vegna segulvægis lítils rúmfrymis dv'

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\, \bar{M} \times \bar{\nabla}'\left(\frac{1}{R}\right) dv'$$

$$\rightarrow \quad \bar{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \bar{M} \times \bar{\nabla}'\left(\frac{1}{R}\right) dv'$$

Heildar vigursviðið frá efnisbútunum í V'

Notum vigurliknunna $\bar\nabla\times(f\bar G) = f\bar\nabla\times\bar G + (\bar\nabla f)\times\bar G$

$$\rightarrow \bar M\times\bar\nabla'\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{1}{R}\bar\nabla'\times\bar M - \bar\nabla'\times\left(\frac{\bar M}{R}\right)$$

þá fæst

$$\bar A = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\bar\nabla'\times\bar M}{R}\,dv' - \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\bar\nabla'\times\left(\frac{\bar M}{R}\right)dv'$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\left\{\int_{V'}\frac{\bar\nabla'\times\bar M}{R}\,dv' + \oint_{S'}\frac{\bar M\times\hat a_n'}{R}\,ds'\right\} \quad (*)$$

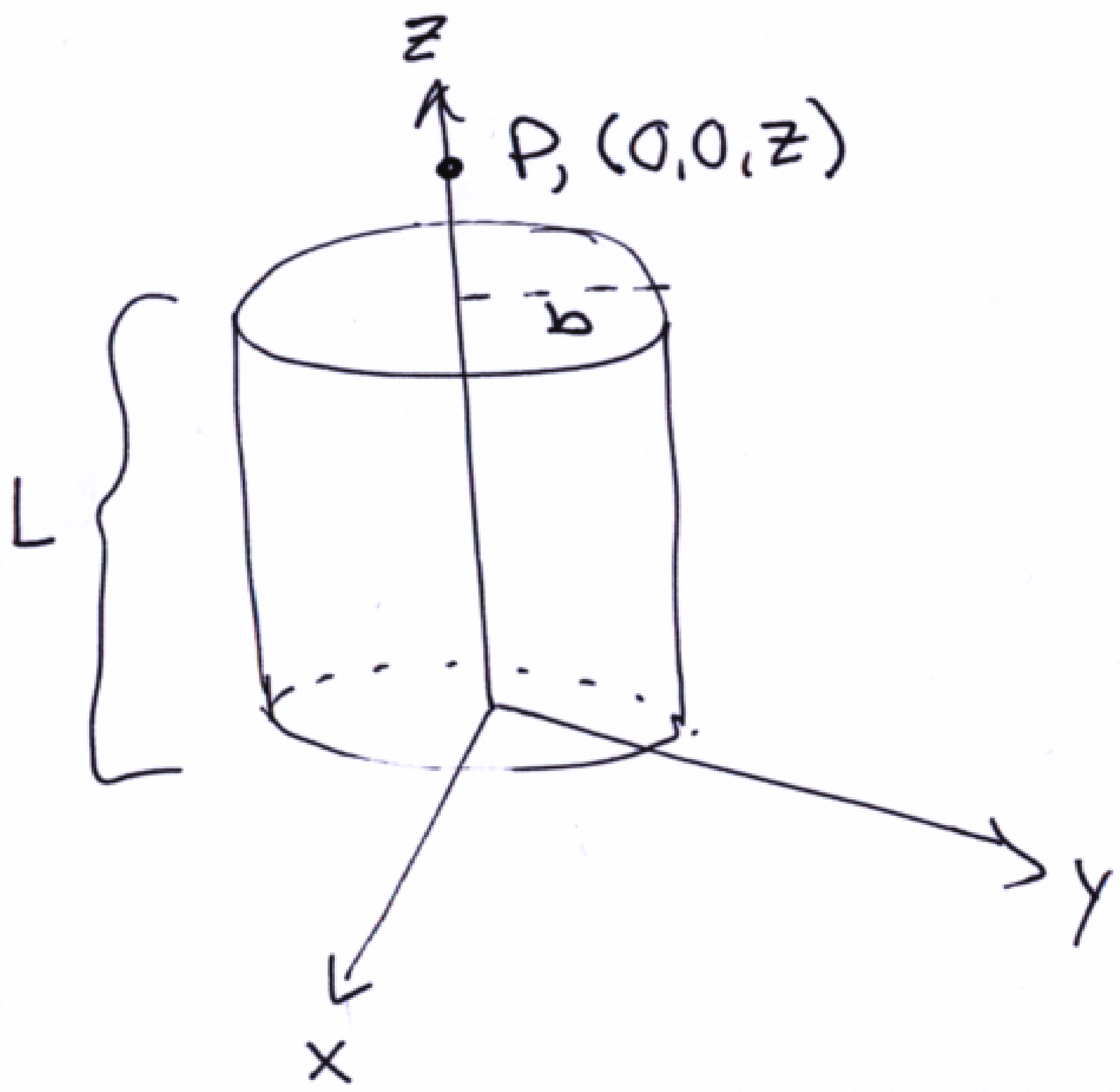
þ.s. við notuðum

$$\int_{V'}\bar\nabla'\times\bar F\,dv' = -\oint_{S'}\bar F\times d\bar s'$$

Útlit jöfnunnar segir okkur að í stað $\overline{M}$ sé hægt að skilgreina <u>segulmagnsstraum</u> þéttleika í rúmi og yfirborði þ.a.

$$\boxed{\overline{J}_m = \overline{\nabla} \times \overline{M} \,, \quad \overline{J}_{ms} = \overline{M} \times \hat{a}_n}$$

<u>Dæmi</u>



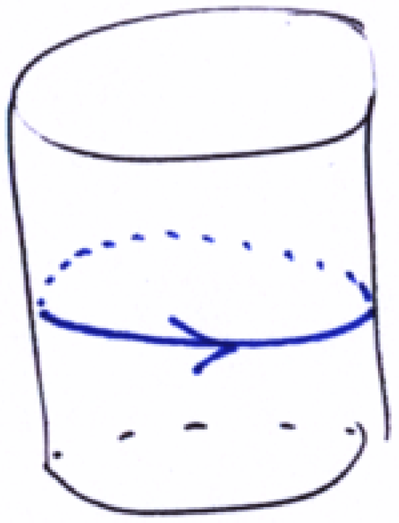
Finna segulflæðisviðið $\overline{B}$ á ás stangarseguls með geisla b og lengd L, og einsleita segulmagn

$$\overline{M} = \hat{a}_z M_0$$

Einsleit segull $\rightarrow$ $\bar{J}_m = \bar{\nabla}' \times \bar{M} = 0$

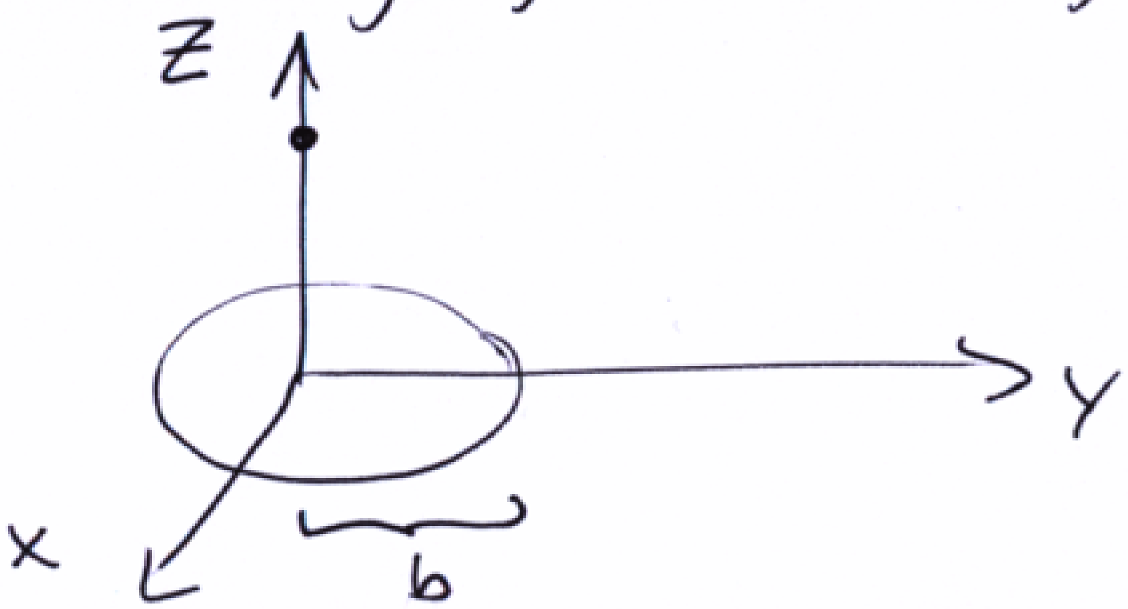
Á hlið sívalningsins

$$\bar{J}_{ms} = \bar{M} \times \hat{a}_n' = (\hat{a}_z M_0) \times \hat{a}_r = \hat{a}_\phi M_0$$



Á endaflötum er $\hat{a}_n'$ samsíða eða andsamsíða $\bar{M}$ $\rightarrow$ $\bar{J}_{ms} = 0$ á endum

Í Ex 6-6 er reiknað segulflóðsvið einnar straumlykkju á ás yfir henni miðri (líka gert í E-2)



$$\bar{B} = \hat{a}_z \frac{\mu_0 I b^2}{2(z^2+b^2)^{3/2}}$$

Nú erum við með sívalningsflöt með straumþéttleika frá hverjum hring á yfirborðinu með hæð dz' fæst

$$d\bar{B} = \hat{a}_z \frac{\mu_0 \overbrace{(M_0 dz')}^{I \,=\, J_{ms} dz'} b^2}{2\left[(z-z')^2 + b^2\right]^{3/2}}$$

Nú heildum við yfir z'

$$\bar{B} = \hat{a}_z \int_0^L \frac{\mu_0 M_0 b^2 dz'}{2\left[(z-z')^2 + b^2\right]^{3/2}}$$

$$= \hat{a}_z \frac{\mu_0 M_0}{2} \left\{ \frac{z}{\sqrt{z^2 + b^2}} - \frac{z-L}{\sqrt{(z-L)^2 + b^2}} \right\}$$

<u>Norri efni</u> getur segulflæðisviðið $\bar{B}$ raðað upp frá skautum innan efnisins og/eða spanað strauma þ.a.

$$\frac{1}{\mu_0}\bar{\nabla}\times\bar{B} = \bar{J} + \bar{J}_m = \bar{J} + \bar{\nabla}\times\bar{M}$$

$$\rightarrow \bar{\nabla}\times\left(\frac{\bar{B}}{\mu_0} - \bar{M}\right) = \bar{J}$$ „frjáls straumur"

því er heppilegt að skilgreina segulsviðið $\bar{H}$ þ.a.

$$\boxed{\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_0} - \bar{M} \quad \rightarrow \quad \bar{\nabla}\times\bar{H} = \bar{J}}$$

Ef efni er línulegt gildir

$$\bar{M} = \chi_m \bar{H}$$

með χ_m segulviðtak

$$\boxed{\bar{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \bar{H} = \mu_0 \mu_r \doteq \mu \bar{H}}$$

$$\boxed{\mu_r = 1 + \chi_m = \frac{\mu}{\mu_0}}$$

samanburður

$\bar{E}$	$\bar{B}$
$\bar{D}$	$\bar{H}$
ϵ	$\frac{1}{\mu}$
$\bar{P}$	$-\bar{M}$
ρ	$\bar{J}$
V	$\bar{A}$