

Verkefni 2

Ingibjörg Magnúsdóttir

ingibjm@hi.is

19. nóvember 1998

Inngangur

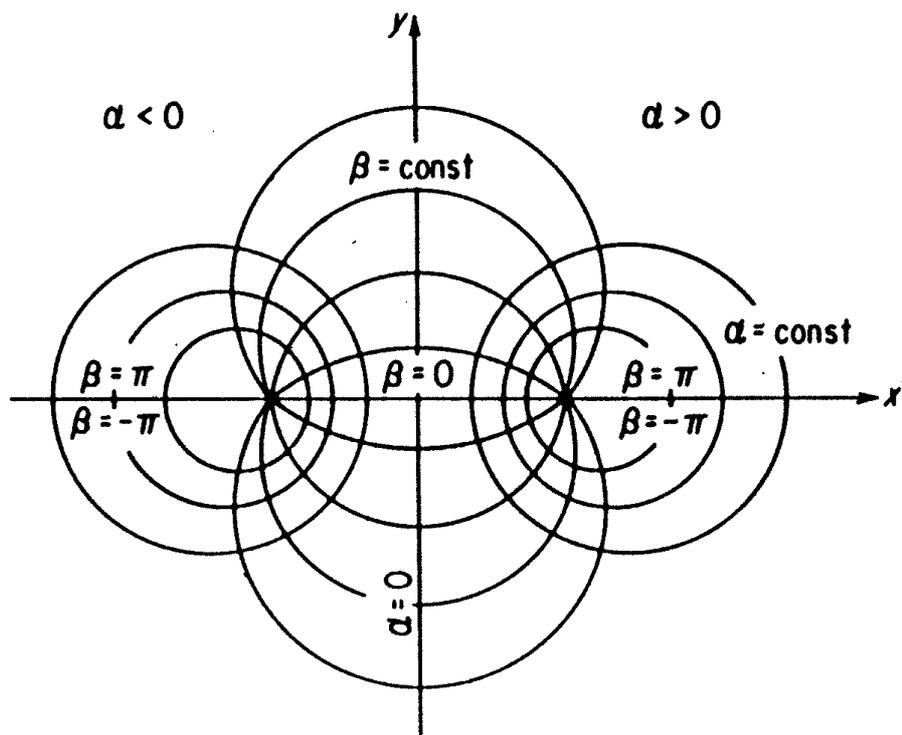
Vörpunin

$$u + iv = 2 \tanh^{-1} \left(\frac{x + iy}{a} \right)$$

þar sem $-u_0 \leq u \leq u_0$ og $-\pi < v < \pi$, varpar svæðinu D^* yfir á svæði D .

- D^* : Svæði utan tveggja sívalninga í $x = \pm d$ með radía $R < d$.
- D : Ferhyrningur.

Vörpunin tengist tvískauthnitum.



Mynd 1: Tvískauthnitakerfið sem lýsir jafnmættis- og sviðslínum tveggja sívalninga. NB: Við notum hnitin u og v í stað α og β .

Sýna má fram á að ferlarnir v -fasti séu hringir sem uppfylla

$$x^2 + (y - a \cot(v))^2 = \frac{a^2}{\sin^2(v)}$$

og skeri x -ásinn í $x = \pm a$.

Ferlarnir u -fasti eru hornréttir á ferlana v -fasti. Þeir uppfylla

$$(x - a \coth(u))^2 + y^2 = \frac{a^2}{\sinh^2(u)}$$

Verkefni

- Finnið ferhyrninginn D og staðsetjið yfirborð sívalninganna.
- Leysið Laplace-jöfnuna á D með þeim jaðarskilyrðum að yfirborð sívalningsins með miðju í $x = -a \coth(u_0)$ hafi mættið V_0 og yfirborð hins (með miðju í $x = a \coth(u_0)$) hafi mættið $-V_0$.
- Útbúið net fyrir D og varpið síðan lausninni yfir í D^* . Sýnið vörpunina grafískt.

Skilið eftirfarandi:

- Mynd af jafnmættis- og sviðslínunum á D í (u, v) -sléttu og samsvarandi mynd eftir að búið er að varpa D yfir í (x, y) -sléttuna (D^*).
- Forritinu sem býr til netið á D .
- Lausn Laplace-jöfnunnar á D með gefnum jaðarskilyrðum.