3.21

$$\hat{P} \equiv |\alpha\rangle\langle\alpha|$$

1 ef ástöndin stöðluð

$$\rightarrow \hat{P}^2 = |\alpha\rangle\langle\alpha|\alpha\rangle\langle\alpha| = |\alpha\rangle\langle\alpha| = \hat{P}$$

Eiginvigrar og gildi

$$\hat{P}|\mu\rangle = \lambda|\mu\rangle$$

Ef til er eiginvigur með $|\mu\rangle$ eigin gildi λ

$$|\alpha\rangle\langle\alpha|\mu\rangle = |\mu\rangle$$

aðeins ef $\underline{|\mu\rangle = |\alpha\rangle}$ og eigingildið er $\underline{\lambda = 1}$

P3.22 $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle\}$ standard grunner

$$|\alpha\rangle = i|1\rangle - 2|2\rangle - i|3\rangle$$

$$|\beta\rangle = i|1\rangle + 2|3\rangle$$

a) finn $\langle\alpha|$ og $\langle\beta|$

$$\langle\alpha| = \langle 1|(-i) - \langle 2|2 + \langle 3|i$$

$$\langle\beta| = \langle 1|(-i) + \langle 3|2$$

b) $$\langle\alpha|\beta\rangle = \{\langle 1|(-i) - \langle 2|2 + \langle 3|i\}\{i|1\rangle + 2|3\rangle\}$$

$$= \langle 1|1\rangle + 2i\langle 3|3\rangle = 1 + 2i$$

$$\langle\beta|\alpha\rangle = \left\{\langle 1|(-i) + \langle 3|2\right\}\left\{i|1\rangle - 2|2\rangle - i|3\rangle\right\}$$

$$= \langle 1|1\rangle - 2i\langle 3|3\rangle = 1-2i$$

$$\rightarrow \langle\beta|\alpha\rangle^* = \langle\alpha|\beta\rangle$$

---

c) finna 9 stök virkjans $\hat{A} \equiv |\alpha\rangle\langle\beta|$
í grunninum, $\hat{A} = \left\{i|1\rangle - 2|2\rangle - i|3\rangle\right\}\left\{\langle 1|(-i) + \langle 3|2\right\}$

$\langle 1|\hat{A}|1\rangle = 1$	$\langle 2|\hat{A}|1\rangle = 2i$
$\langle 1|\hat{A}|2\rangle = 0$	$\langle 2|A|2\rangle = 0$
$\langle 1|A|3\rangle = 2i$	$\langle 3|A|3\rangle = -2i$
$\langle 3|A|1\rangle = -1$	$\langle 3|A|2\rangle = 0$
	$\langle 2|A|3\rangle = -4$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2i \\ 2i & 0 & -4 \\ -1 & 0 & -2i \end{pmatrix}$$

Ekki hermítskt fylki

3.27

Virkinn $\hat{A}$ hefur tvö eiginástönd ψ_1 og ψ_2 með eigingildi a_1 og a_2

Virkinn $\hat{B}$ hefur tvö eiginástönd ϕ_1 og ϕ_2 með eigingildi b_1 og b_2

$$\psi_1 = \frac{3\phi_1 + 4\phi_2}{5}, \quad \psi_2 = \frac{4\phi_1 - 3\phi_2}{5}$$

a) A er mæld með niðurstöðu a_1. Hvert er ástand kerfisins eftir mælinguna?

ψ_1

b) Ef B er mæld núna, hvaða niðurstöður fást, með hvaða líkum?

$$\psi_1 = \frac{3\phi_1 + 4\phi_2}{5}$$

b_1 með líkum $\frac{9}{25}$

b_2 –||– $\frac{16}{25}$

c) Eftir mælinguna með B er A mælt aftur. Hverjar eru líkurnar á að fá gildi a_1

Ástandið er komið í ϕ_1 eða ϕ_2

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

Lausn gefur

$$\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

→ líkindi fyrir því að mæla a_1 eru

annaðhvort $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ eða $\left(\frac{4}{5}\right)^2$