Hreintóna truflun

Skoðum áhrif truflunar

$$H'(\vec{r},t) = V(\vec{r})\cos(\omega t)$$

þ.a.

$$H'_{ab} = V_{ab}\cos(\omega t)$$

þar sem

$$V_{ab} = \langle a|V|b\rangle$$

Ekki alveg hreintóna því hér er kveikt á truflun þ. $t=0$

Hörð – mjúk ákveiking

. . . . . .

Beitum 1. stigs truflun og gerum ráð fyrir að $V_{aa}=0$ $V_{bb}=0$

Upphafsskilyrðin voru

$$C_a(0)=1,\quad C_b(0)=0$$

$$C_b(t) \simeq -\frac{i}{\hbar}\int_0^t ds\, H'_{ba}(s)\, e^{i\omega_0 s}$$

$$= -\frac{i}{\hbar}V_{ba}\int_0^t ds\,\cos(\omega s)\, e^{i\omega_0 s}$$

$$= -\frac{iV_{ba}}{2\hbar}\int_0^t ds\left\{e^{i(\omega_0+\omega)s} + e^{i(\omega_0-\omega)s}\right\}$$

$$= -\frac{V_{ba}}{2\hbar}\left\{\frac{e^{i(\omega_0+\omega)t}-1}{\omega_0+\omega}+\frac{e^{i(\omega_0-\omega)t}-1}{\omega_0-\omega}\right\}$$

Við viljum athuga viðbrögð kerfisins nærri hermu

þegar $\omega \sim \omega_0 \;\longrightarrow\; \omega_0+\omega \gg |\omega_0-\omega|$

sérstaklega ef við erum að hugsa um ω_0 sem samsvarar sýnilegu ljósi (yfi í innrautt)

$$\longrightarrow C_b(t) \simeq -\frac{V_{ba}}{2\hbar}\left\{\frac{e^{i(\omega_0-\omega)t}-1}{\omega_0-\omega}\right\}$$

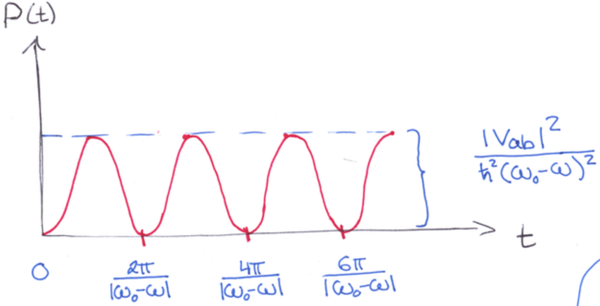
hermuliður, hinn liðurinn er andhermuliður

$$= -\frac{V_{ba}}{2\hbar}\,\frac{e^{i(\omega_0-\omega)\frac{t}{2}}}{\omega_0-\omega}\left\{e^{i(\omega_0-\omega)t/2}-e^{-i(\omega_0-\omega)t/2}\right\}$$

$$= -i\,\frac{V_{ba}}{\hbar}\,\frac{\sin\left[\frac{(\omega_0-\omega)t}{2}\right]}{\omega_0-\omega}\,e^{i(\omega_0-\omega)\frac{t}{2}}$$

Því fæst fyrir fyrstu líkindin.

$$\boxed{P_{a\to b}(t) = |C_b(t)|^2 \simeq \frac{|V_{ab}|^2}{\hbar^2}\,\frac{\sin^2\left[\frac{(\omega_0-\omega)t}{2}\right]}{(\omega_0-\omega)^2}}$$



$\ll 1$ vegna truflanareiknings, lítil truflun

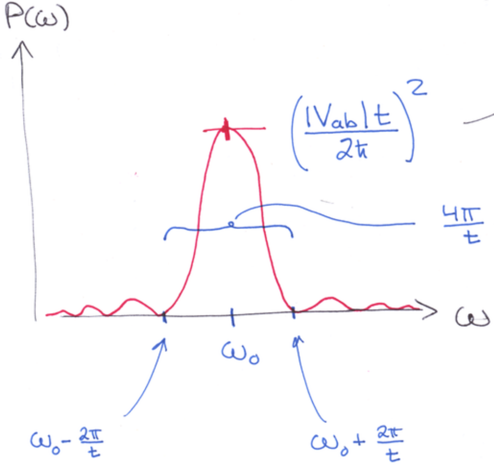
Líkindi fyrstu eru lotubundin

Þetta er líka eiginleiki nákvæmu lausnarinnar, en með hliðraðri tíðni „Rabi flopping"

Því mætti hugsa sér að hámarka fyrstu líkindi með því að stöðva truflun á réttu augnabliki

Hvað með hermunálgunina?

$$P_{a\to b}(t) \simeq \frac{|V_{ab}|^2 t^2}{(2\hbar)^2} \, \frac{\sin^2\left[\frac{(\omega_0-\omega)t}{2}\right]}{\frac{(\omega_0-\omega)^2 t^2}{2^2}}$$



vex endalaust með tímanum, en truflanalýsingin er ekki gild löngu áður en það verður 1

– toppur þrengist með tímanum

$$\boxed{\text{Niðurstöðunum er aðeins hægt að treysta í skamman tíma}}$$

Víxlverkun við rafsegulbylgju

fyrir langbylgjunálgun

$\lambda >> a$: Bohrgeisli

sýnilegt ljós . . . .

og veikt rafsegulsvið víxlverkast rafeind í atómi aðallega við rafsviðshluta bylgjunnar.

Skoðum bylgju í $\hat{z}$-stefnu með línulega skautað rafsvið

$$\bar{E} = E_0 \cos(\omega t) \cdot \hat{z}$$

Víxlverkunarliðinn, truflunina má þá nálga með

$$H' = -q E_0 z \cos(\omega t)$$

hleðsla rafeindar

Víxlverkunin er við rafstöðumættið V þ.e. $H' = qV$

því fáum við

$$H'_{ba} = -\wp E_0 \cos(\omega t)$$

$\hookrightarrow \wp = q \langle b | z | a \rangle$

tvískauts vægi

síðar sjáum við að

$\wp = q\langle b|z|a\rangle$

setur kvaðir á færslu möguleika vegna samhverfu

$\updownarrow$

valreglur

Eins sést að útlit $\wp$ er aðstoða þess að við gerum ráð fyrir að hornalínu stök H' hverfi

Ísog, örvuð geislun og sjálfgeislun

Við byrjuðum með $\vec{c}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Eindin eða kerfið er í ástandi $|a\rangle$, ástand $|b\rangle$ er ósetið, $c_a(0) = 1$, $c_b(0) = 0$

Færsluna með líkunum

$$P_{a\to b}(t) = \left(\frac{|\wp| E_0}{\hbar}\right)^2 \frac{\sin^2\left[\frac{(\omega_0-\omega)t}{2}\right]}{(\omega_0-\omega)^2}$$

má túlka sem ísog orku $E = \hbar\omega \approx \hbar\omega_0 = (E_b - E_a)$. Ef við værum með skammtaða rafsegulfræði, gætum við sagt ísog ljóseindar

Ef við byrjum með eindina eða kerfið í örvaða ástandi,

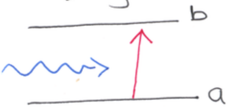
$C_a(0) = 0$ og $C_b(0) = 1$

þá fengjum við alveg sömu niðurstöðurnar

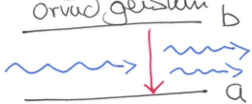
$$P_{b\to a}(t) = P_{a\to}(t)$$

Rafsegulbylgjan veldur bæði ísogi orku og örvar geislun hennar

ísog

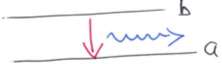


örvuð geislun



þess vegna er ljósmögnun til

Til viðbótar kemur sjálfgeislun



vegna núllpunktflökt skammtaðs rafsegulsviðs

sviðið hverfur aldrei alveg

-> öll geislun er örvuð geislun

Dofnun

Okkar 1. stigs truflun sýnir að við getum aðeins lýst kerfinu í skamman endanlegan tíma.

sama gildir um næstu stig truflanareiknings

litrófslínur hafa breidd, sem í öfugu hlutfalli við líftíma örvaða ástandsins. Orka þeirra hliðrast líka.

líftími eða meðal ævi gæti komið fram sem dofnun

$$e^{-\Gamma t}$$

þegar $t \to \infty$

þar sem engin góð röð er til sem lýsir þannig dofnun fyrir $t \to \infty$ er ljóst að ~~þessir~~ eiginleikar atómkerfa í tengslum við raf-segulsvið eða hvít verður ekki lýst með truflanareikningi

því þarf aðrar aðferðir þar, sjá

Wigner-Weißkopf - líkanið

Heitler-Ma — -||-

Nakajima-Zwanzig

skammtaljósfr
opin kerfi
. . . . . .

Ósamfasa truflanir

Orkuþéttni rafsegulbylgju er

$$u = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

þetta má umskrifa

$$u = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2}$$

þegar E- og B-þættir eru teknir í meðaltalo yfir eina lotu. Því er

$$P_{b \to a}(t) = \frac{2u}{\epsilon_0 \hbar^2} |\wp|^2 \frac{\sin\left[\frac{(\omega_0 - \omega)t}{2}\right]}{(\omega_0 - \omega)^2}$$

þetta gildir fyrir eina tíðni ω

Við búumst við að kerfið verði fyrir rafsegulgeislun með tíðni róf t.d. þ.a.

$$u \to \underbrace{\rho(\omega)\, d\omega}_{\text{orkuþéttnin á tíðnibilinu } d\omega}$$

og

$$P_{b \to a}(t) = \frac{2}{\epsilon_0 \hbar^2} |\wp|^2 \cdot \int_0^\infty d\omega\, \rho(\omega) \left\{ \frac{\sin^2\left[\frac{(\omega_0 - \omega)}{2} t\right]}{(\omega_0 - \omega)^2} \right\}$$

Gerum ráð fyrir að tíðnirófið sé mjög breitt (flatt), en fallið innan heildisins er með mjög sterkan topp í $\omega \simeq \omega_0$

því fæst

$$P_{b\to a}(t) \simeq \frac{2|\wp|^2}{\epsilon_0 \hbar^2}\rho(\omega_0)\int_0^\infty \frac{\sin^2\left[\frac{(\omega_0-\omega)}{2}t\right]}{(\omega_0-\omega)^2}\,d\omega$$

heildið má meta með

$$\int_0^\infty \cdots\cdots \to \int_{-\infty}^{\infty} dx\,\frac{\sin^2 x}{x^2} = \pi$$

Afleiðing 1. stigs truflunar að $P_{a\to b}$ vex án takmarkana með t

$$\to P_{b\to a}(t) \simeq \frac{\pi|\wp|^2}{\epsilon_0 \hbar^2}\rho(\omega_0)\,t$$

Hér er slátturinn (flopping) týndur, liðast í burtu þegar kerfið er örvað með breiðu tíðni rófi rafsegulbylgna

<u>Færsluhraðinn</u> $R \equiv \frac{dP}{dt}$

verður fasti

$$R_{b\to a} = \frac{\pi}{\epsilon_0 \hbar^2}|\wp|^2 \rho(\omega_0)$$

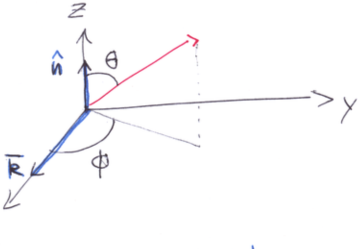
Viljum geta haft bylgjurnar úr öllum áttum, þ.a. í stað $|\wp|^2$ komi meðaltal $|\bar{\wp}\cdot\hat{n}|^2$

þ.s.

$$\bar{\wp} \equiv q\langle b|F|a\rangle$$

<u>meðaltal</u>

Kúluhnit, bylgjan berst í $\hat{x}$-stefnu $\hat{n}$ er samsíða $\hat{z}$, og $\bar{\wp}$ stilgreini hornin θ og φ



$\bar{\wp}$ er fast og meðaltalið er yfir öll $\hat{k}$ og $\hat{n}$ þ.a. $\hat{k} \perp \hat{n}$ $\to$ yfir θ og ϕ

$$\bar{\wp}\cdot\hat{n} = \wp\cos\theta$$

$$|\bar{\wp}\cdot\hat{n}|^2_{ave} = \frac{1}{4\pi}\int \sin\theta\, d\theta\, d\phi\, |\bar{\wp}|^2\cos^2\theta$$

$$= \frac{|\bar{\wp}|^2}{4\pi}\left(-\frac{\cos^3\theta}{3}\right)\Bigg|_0^{\pi}(2\pi) = \frac{1}{3}|\bar{\wp}|^2$$

→ Færsluhraði örvaðrar færslu $b \to a$ vegna víxlverkunar við ósamfasa, óskautaðs ljóss úr öllum áttum er

$$\boxed{R_{b\to a} = \frac{\pi}{3\epsilon_0\hbar^2}|\bar{\wp}|^2\rho(\omega_0)}$$

Sértilfelli af gullnu reglu Fermis