1

Dæmi 1, (11-07-56)

$$V(x,y,z) = -xy^2z + 4xy$$

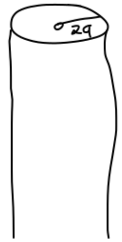
$$\bar{E}(x,y,z) = -\bar{\nabla} V(x,y,z) = -\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) V(x,y,z)$$

$$= \underline{\left(y^2z - 4y,\ 2xy - 4x,\ xy^2\right)}$$

Stigullinn verkar á skalar stærð V(x,y,z) og varpar henni á vigurstærð $\bar{E}(x,y,z)$ Hlutafleiða verkar aðeins á þá stærð, sem hún er með tilliti til, en lætur hinar óbreyttar.

2

Dæmi 2, (11-07-64)



Óendanlegur leiðandi sívalningur með yfirborðshleðslu-þéttleika σ. Samkvæmt Ex. 7.16 er ekki vænlegt að nota

$$V_p = k\int \frac{dq}{r} = k\int \frac{\sigma\, dA}{r}$$

fyrir sívalningssamhverfa óendanlega hleðslu vegna ósamleitinna heilda. Í stað munum við eftir í 20. fyrirlestri, blaðsíðu 9, að

$$\bar{E} = \frac{\lambda \hat{r}}{2\pi \epsilon_0 r}$$

var rafsvið línuhleðslu utan hennar í fjarlægð r. Við þurfum því að nota að

$$2\pi(2a)\sigma = \lambda \quad \longrightarrow \quad \boxed{\bar{E} = \frac{2a\sigma\, \hat{r}}{\epsilon_0 r}} \qquad \underline{\text{fyrir } r > 2a}$$

3

$$V(r) - V_R = -\int_R^r \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\int_R^r \frac{2a\sigma}{\epsilon_0 r'}\, dr'$$

$$= -\frac{2a\sigma}{\epsilon_0} \ln(r')\Big|_R^r = -\frac{2a\sigma}{\epsilon_0} \ln\left(\frac{r}{R}\right)$$

þar sem R er viðmiðunarpunktur fyrir rafmættið (ákveðum hann seinna). Innan rörs, $r < 2a$, $E = 0$, samkvæmt lögmáli Gauß (engin hleðsla)

$$\longrightarrow \underline{V(\bar{r}) = \text{fasti} = C} \qquad \underline{r < 2a}$$

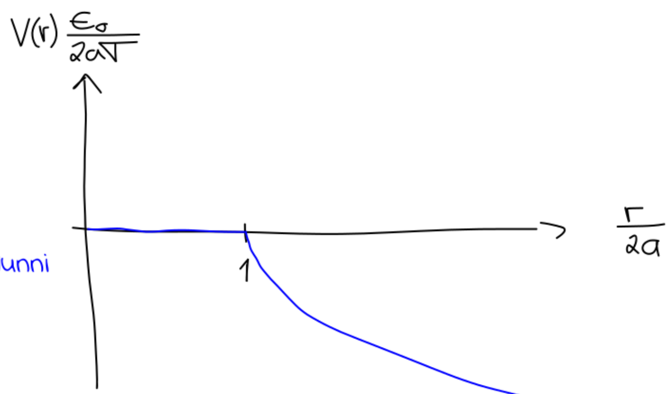
Rafmættið er <u>samfellt</u> í $r = 2a$ --> $R = 2a$ er heppilegt val

4

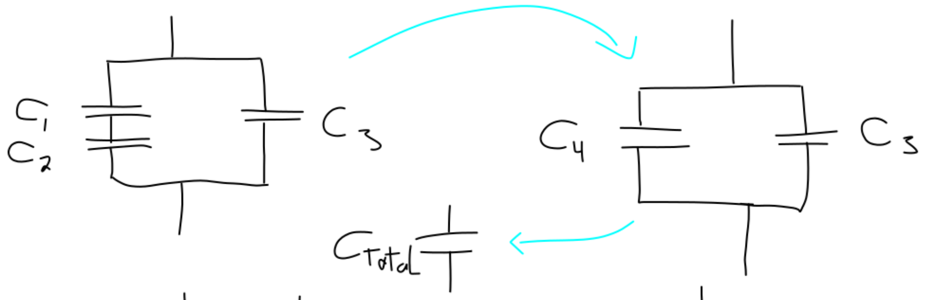
Ef $R = 2a$ --> $C = 0$ og því

$$V(r) = \begin{cases} 0 & \text{et} \quad r < 2a \\ -\dfrac{2a\sigma}{\epsilon_0} \ln\left(\dfrac{r}{2a}\right) & \end{cases}$$

Brotið í V er ósamfella í sviðinu E sem tengist beint yfirborðshleðslunni



Dæmi 3, (11-08-36)

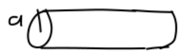


$$\frac{1}{C_4} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \longrightarrow C_4 = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

$$\rightarrow C_4 = \frac{C_1 C_2}{C_2 + C_1}, \quad C_{Total} = C_4 + C_3 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_3$$

Dæmi 4, (11-09-32)

Straumþéttleiki $|J(r)| = Cr^2$



$$I = \int \bar{J}(\bar{r}) \cdot d\bar{A}$$

$$I = 2\pi \int_0^a J(r)\, r\, dr = 2\pi \int_0^a C r^2 r\, dr$$

$$= 2\pi C \int_0^a r^3 dr = 2\pi C \frac{a^4}{4} = \frac{\pi C a^4}{2}$$

og einingarnar passa samkvæmt því sem gefið er fyrir C A/m^4