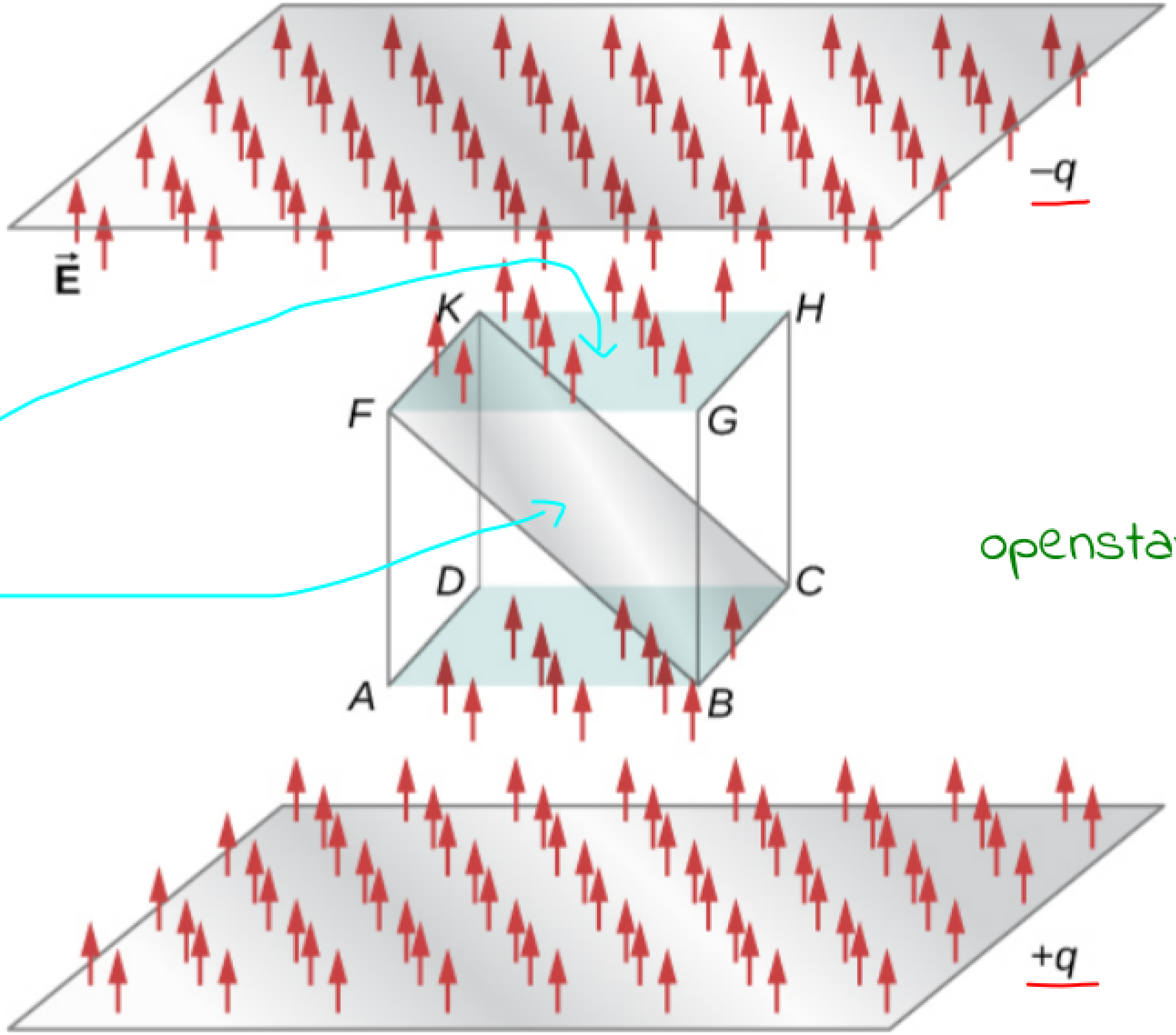
Lögmál Gauß fyrir rafflæði

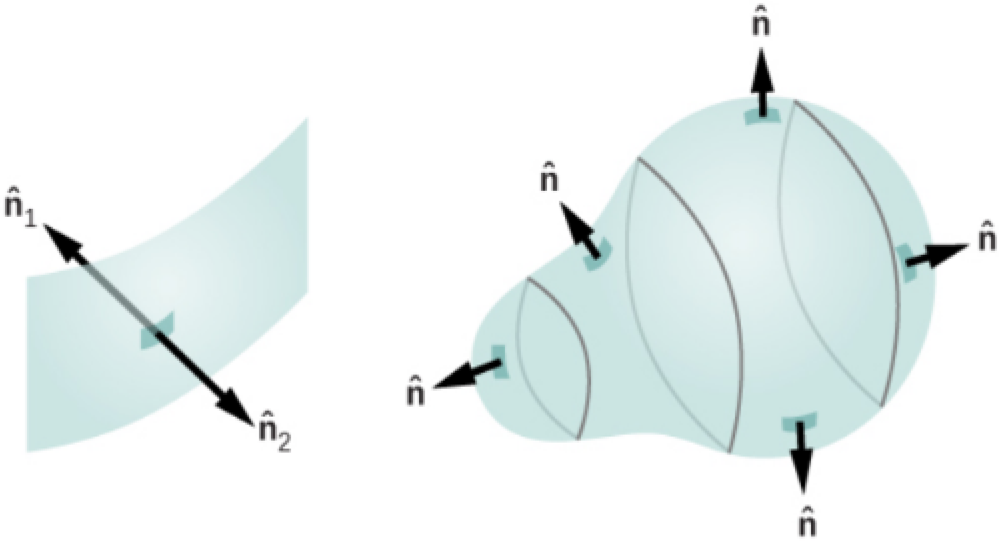
Sama flæði um KHGF

og KCBF



openstax

$$\Phi = \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{A}} \text{ (uniform } \vec{\mathbf{E}}, \text{ flat surface)}$$



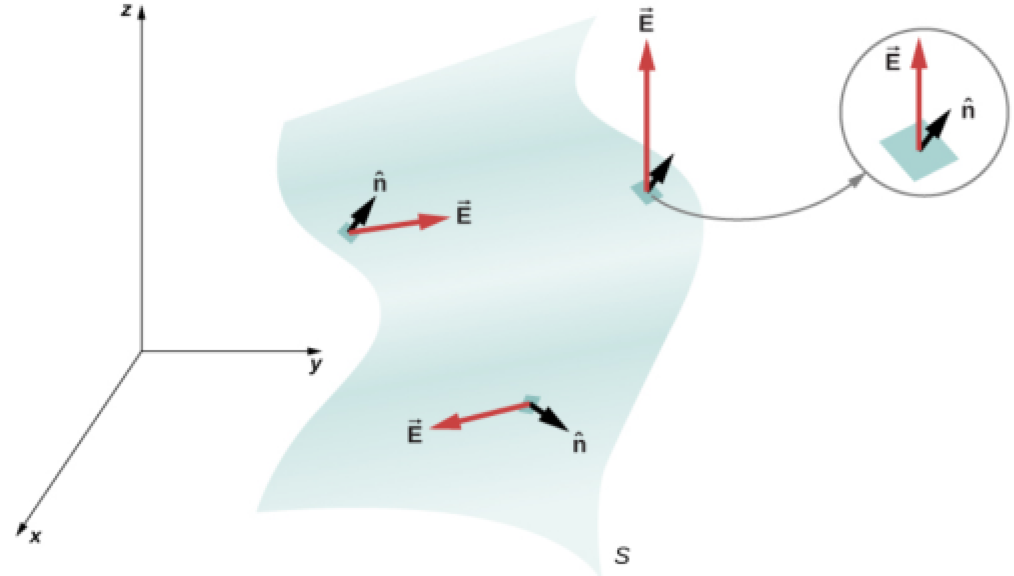


Figure 6.8 A surface is divided into patches to find the flux.

$$\Phi = \oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dA = \oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} \text{ (closed surface)}$$

openstax

③

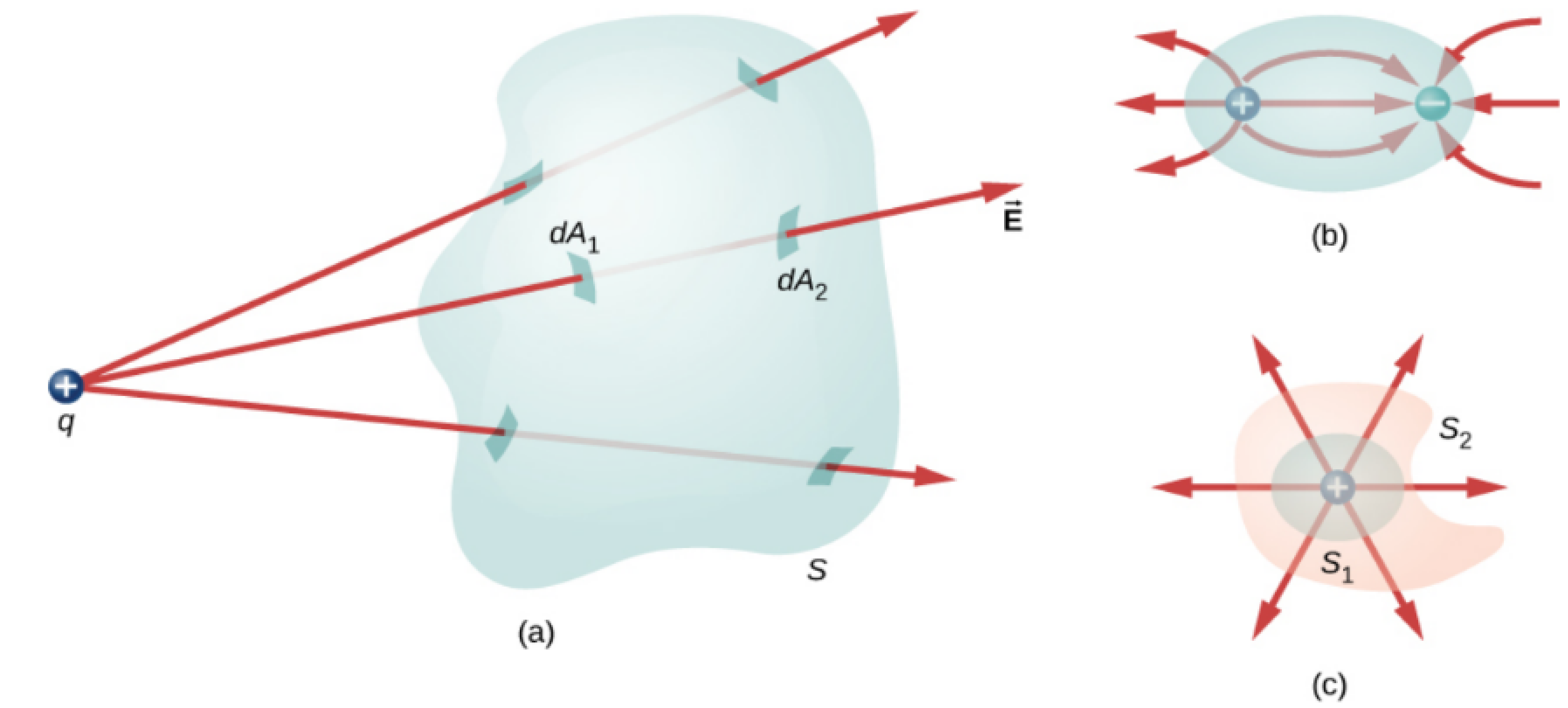


Figure 6.15 Understanding the flux in terms of field lines. (a) The electric flux through a closed surface due to a charge outside that surface is zero. (b) Charges are enclosed, but because the net charge included is zero, the net flux through the closed surface is also zero. (c) The shape and size of the surfaces that enclose a charge does not matter because all surfaces enclosing the same charge have the same flux.

openstax

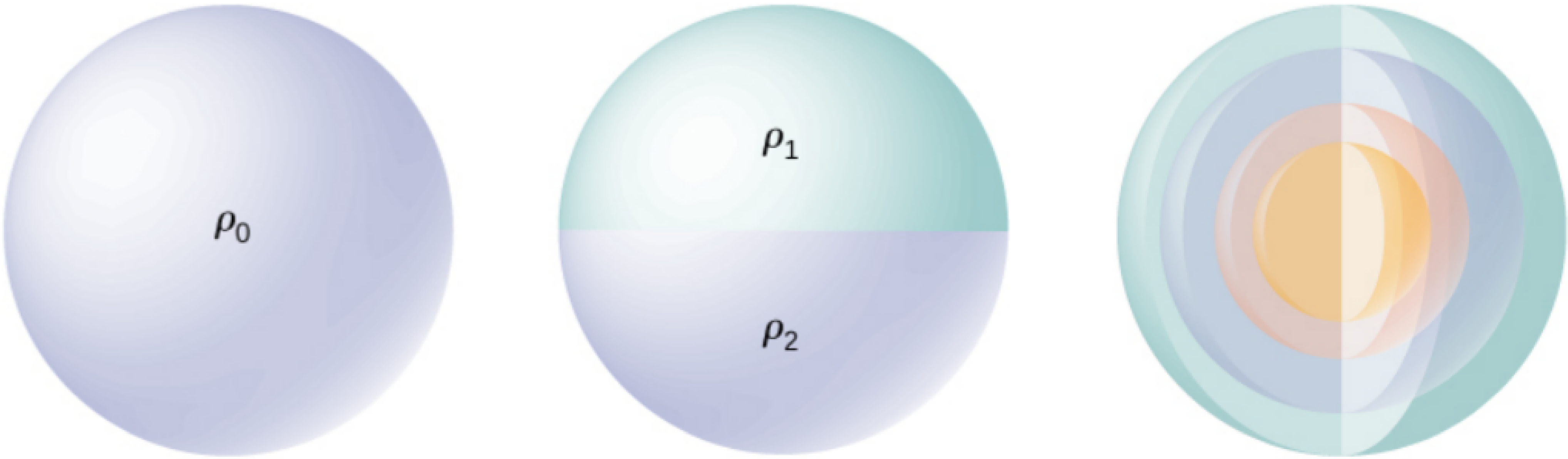
Gauss's Law

The flux $\mathbf{\Phi}$ of the electric field $\vec{\mathbf{E}}$ through any closed surface S (a Gaussian surface) is equal to the net charge enclosed (q_{enc}) divided by the permittivity of free space (ε_0) :

$$\mathbf{\Phi} = \oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dA = \frac{q_{\text{enc}}}{\varepsilon_0}. \tag{6.5}$$

Kúlusamhverfar hleðslur

openstax

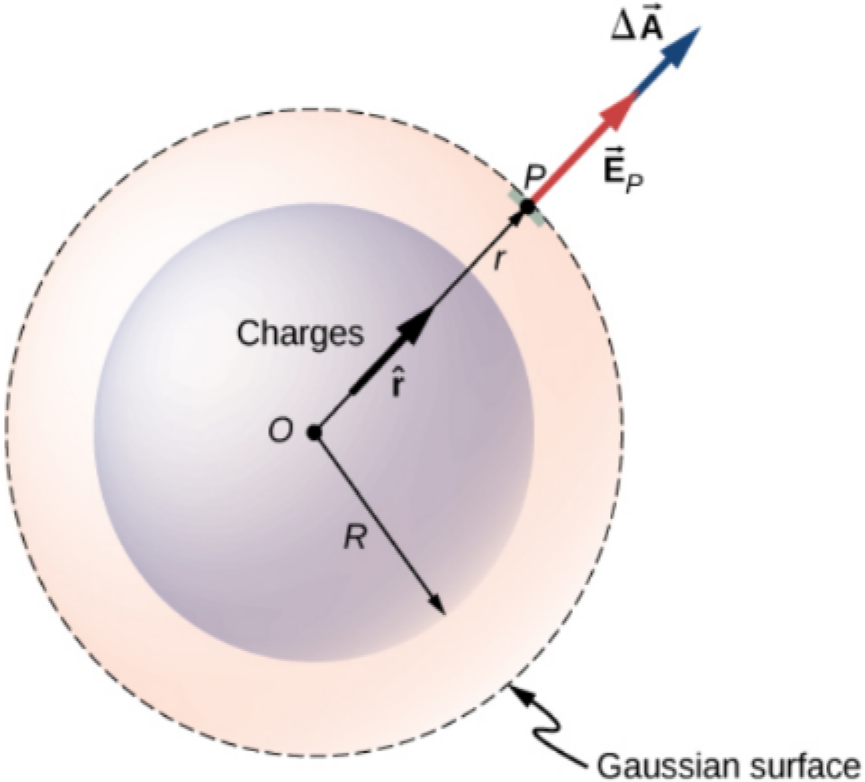


(a) Spherically symmetric (b) Not spherically symmetric (c) Spherically symmetric

Fyrir kúlusamhverfa hleðsludreifingu er hægt að hugsa kúluyfirborð með sömu miðju og hleðsludreifingin. Á hugsaða Gauß-yfirborðinu er rafsviðið jafn sterkt alls staðar og samsíða eða andsamsíða stefnu útþáttar (radial)

--> Getum reiknað E. Lögmál Gauß gildir alltaf, en við þurfum heppilega samhverfu til að nota það til að reikna E

Rafsvið innan og utan jafnhlaðinnar kúlu



openstax

Byrjum utan kúlu, hleðsludreifing innan hennar (fyrir $r > R$)

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4\pi R^3}{3}} = \frac{3Q}{4\pi R^3}$$

Q er heildarhleðsla kúlunnar

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

E er fasti á Gauß-yfirborðinu

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Því fæst fyrir $r > R$

$$\boxed{\bar{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r}} = \frac{4\pi R^3\rho}{3}\frac{\hat{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{R^3\rho}{3\epsilon_0 r^2}\hat{r}$$

sem er sams konar og fyrir punkthleðslu Q í $r = 0$

Fyrir innan kúlu (þetta er ekki málmkúla, heldur einangrari með jafna hleðslu) $r < R$. Þá þurfum við að finna hleðsluna innan Gauß-yfirborðsins Q_{enc}

$$Q_{enc} = \frac{4\pi r^3}{3}\rho = V\rho = \frac{4\pi r^3}{3}\frac{Q3}{4\pi R^3} = Q\left(\frac{r}{R}\right)^3$$

Höfum

$$\oint \bar{E}\cdot d\bar{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

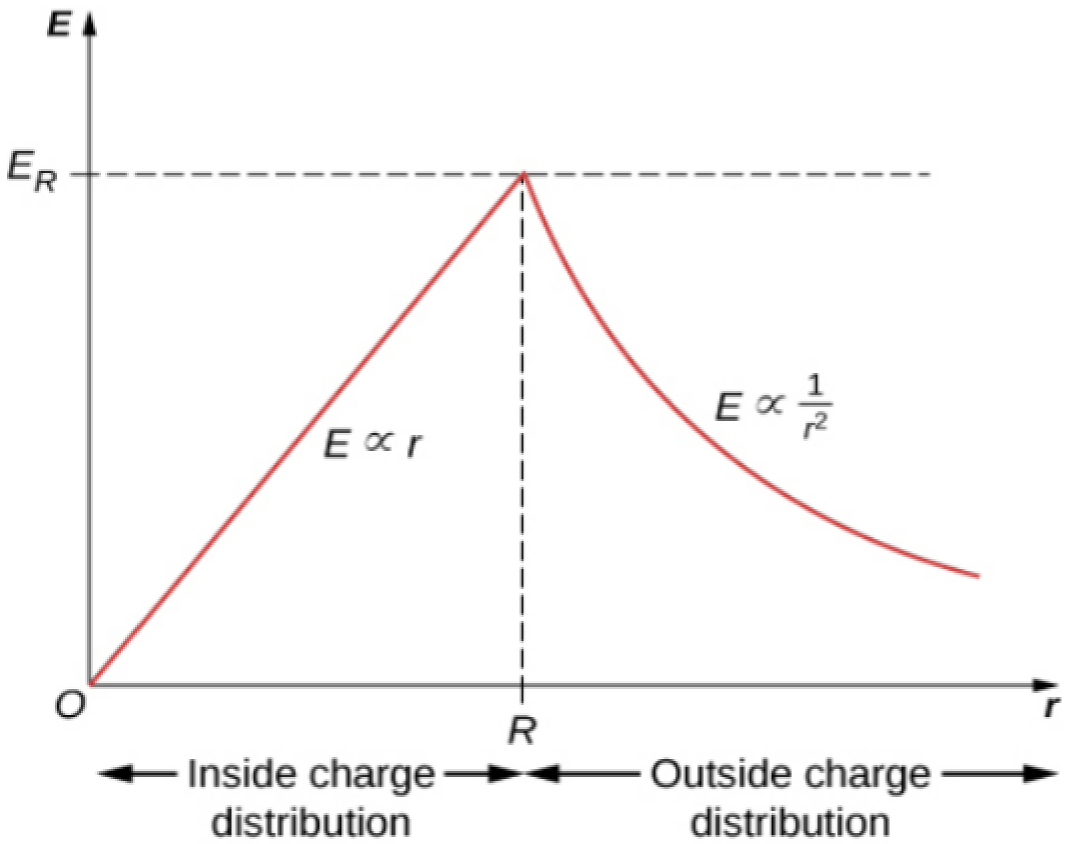
$$\rightarrow \quad 4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}\left(\frac{r}{R}\right)^3 \rightarrow \quad E = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

og því, innan kúlu, fyrir $r < R$ fæst

$$\boxed{\vec{E} = \frac{Q r}{4\pi\epsilon_0 R^3}\hat{r} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}\hat{r}}$$

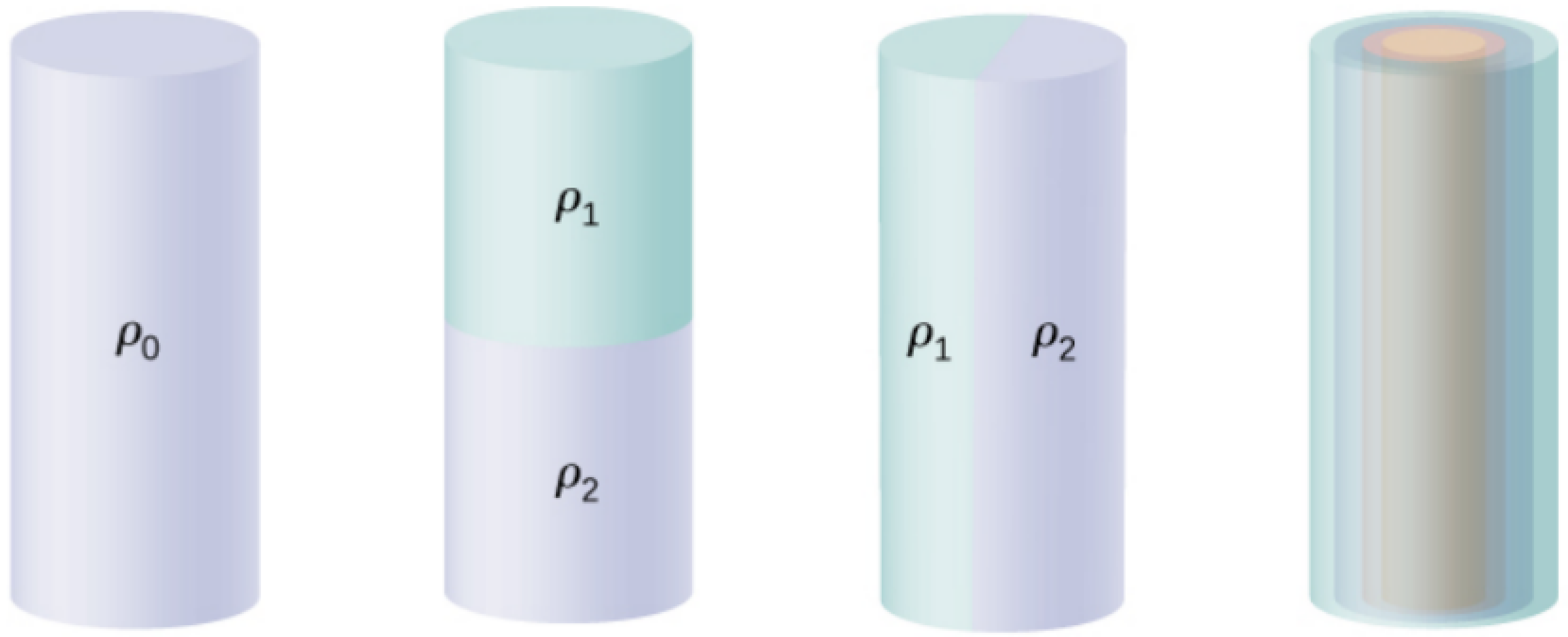
Innan kúlu vex rafsviðið línulega með r að yfirborðinu og það er samfellt í yfirborðinu ($r = R$).

openstax



Jafnthlaðinn sívalningur

openstax



(a) Cylindrically symmetric

(b) Not cylindrically symmetric

(c) Not cylindrically symmetric

(d) Cylindrically symmetric

verðum að hugsa okkur óendanlegan langan sívalning til að uppfylla samhverfuna. Rafsviðið verður þá að vera alls staðar aðeins með útþátt, og við þurfum að huga að hleðslunni

$$Q = \rho V = \rho A L, \quad (L \to \infty, \text{ en bíðum})$$
$$= \lambda L$$

Utan sívalnings, $r > R$

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \quad E(2\pi r L) = \lambda L / \epsilon_0 \,, \quad L \to \infty$$

$$\rightarrow \quad E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \quad \rightarrow \quad \boxed{\bar{E} = \frac{\lambda \, \hat{r}}{2\pi \epsilon_0 r}}$$

sem er sama niðurstaða og fæst fyrir örgranna línuhleðslu λ

Innan sívalnings, $r < R$

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon} \quad \rightarrow \quad E(2\pi r L) = \frac{\rho \pi r^2 L}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \quad E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} = \frac{\lambda r}{2A\epsilon_0} = \frac{\lambda r}{2\pi R^2 \epsilon_0}$$

þannig að

$$\boxed{\bar{E} = \frac{\lambda r \, \hat{r}}{2\pi \epsilon_0 R^2}}$$

Rafsviðið er því samfellt í yfirborði sívalningsins, og vex línulega með r innan hans

Utan kúlunnar er sviðið eins og fyrir punkthleðslu, ekki fyrir sívlaninginn, enda er aldrei hægt að komast nógu langt frá honum til að hann líti út sem punkthleðsla!

Óendanleg hlaðin örþunn slétta (ekki málmur)

Yfirborðshleðsluþéttleiki σ

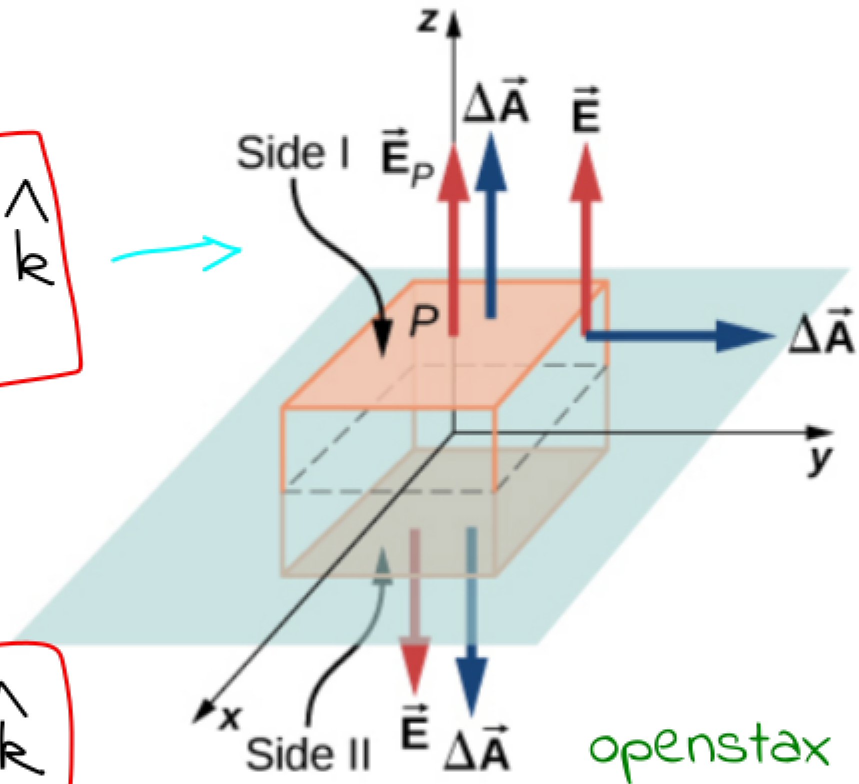
$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$EA + EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

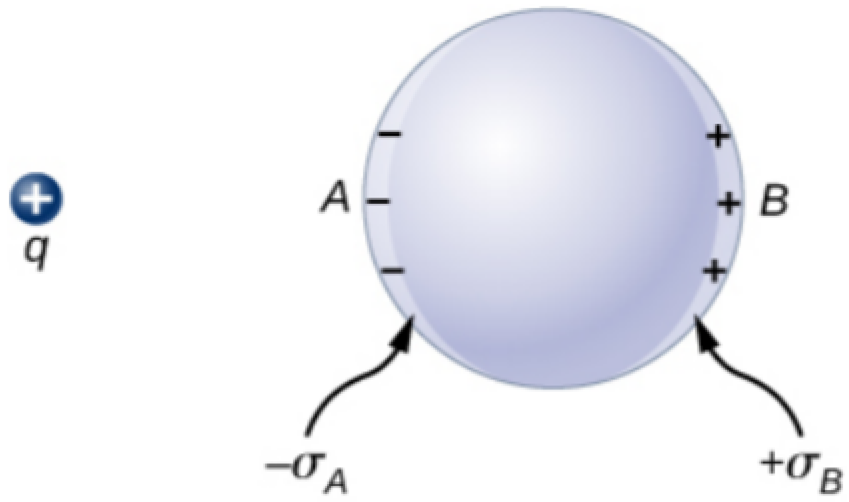
$$\boxed{\bar{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}}$$

$$\boxed{\bar{E} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}}$$



openstax

Leiðari í rafstöðujafnvægi



Ekkert háð tíma - jafnvægi

Óhlaðinn leiðari í upphafi, ytri hleðsla skautar yfirborðshleðslu

Skautunarhleðslan á yfirborðinu kemur í veg fyrir rafsvið innan leiðarans. Alger skýling

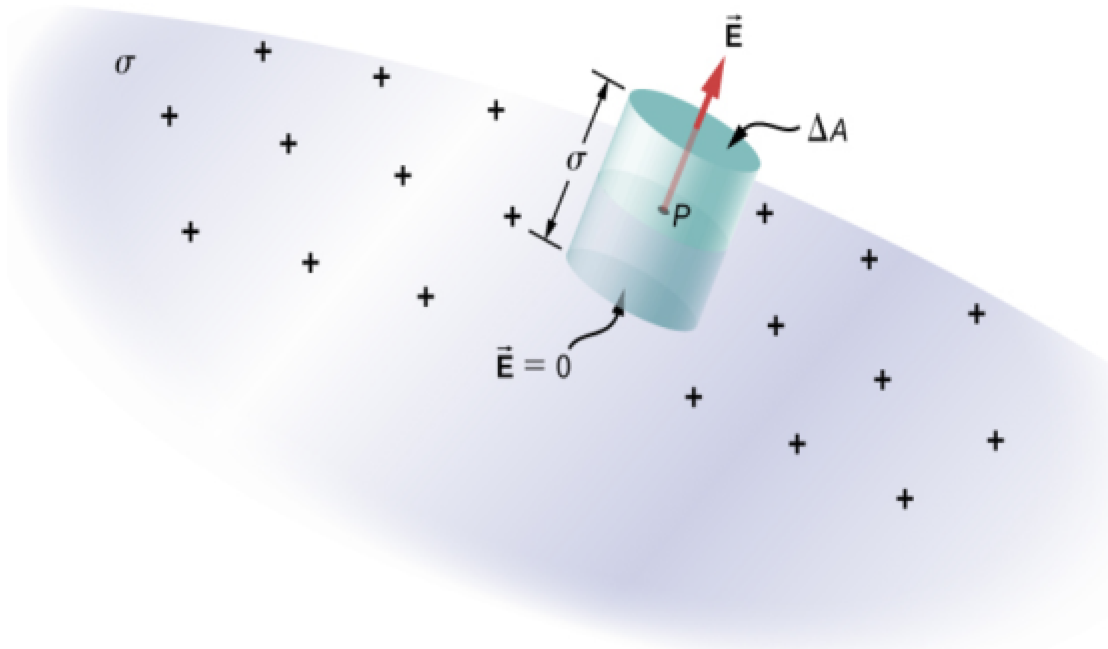
Í jafnvægi er ekkert rafsvið innan leiðara, annars yrðu straumar - ójafnvægi

Í jafnvægi getur aðeins verið yfirborðshleðsla á leiðara, ekki inni í honum

openstax

Rafsvið við yfirborð leiðara

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$



openstax

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

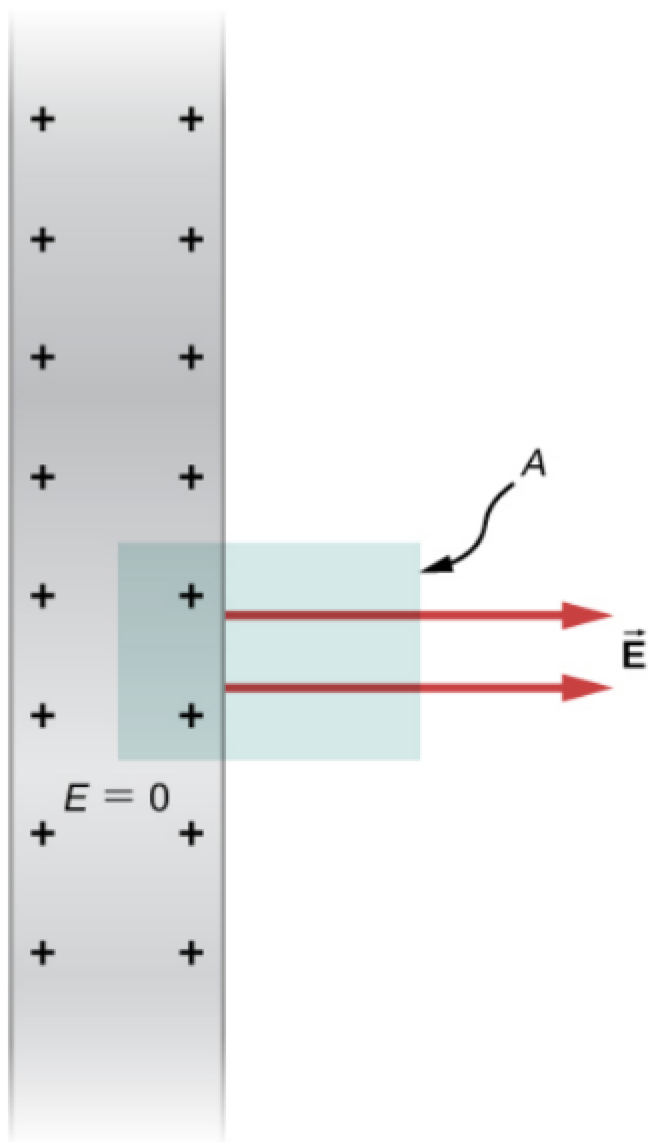
$$\rightarrow \quad EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{\bar{E} = \frac{\sigma \hat{n}}{\epsilon_0}}$$

fyrir utan leiðarann ($E = 0$ fyrir innan) þar sem $\hat{n}$ er normalvigur á yfirborð leiðarans

við yfirborð leiðarans er rafsviðið ósamfellt, ósamfellan er í réttu hlutfalli við yfirborðshleðslu leiðarans á hverjum stað

Hlaðinn sléttur leiðari



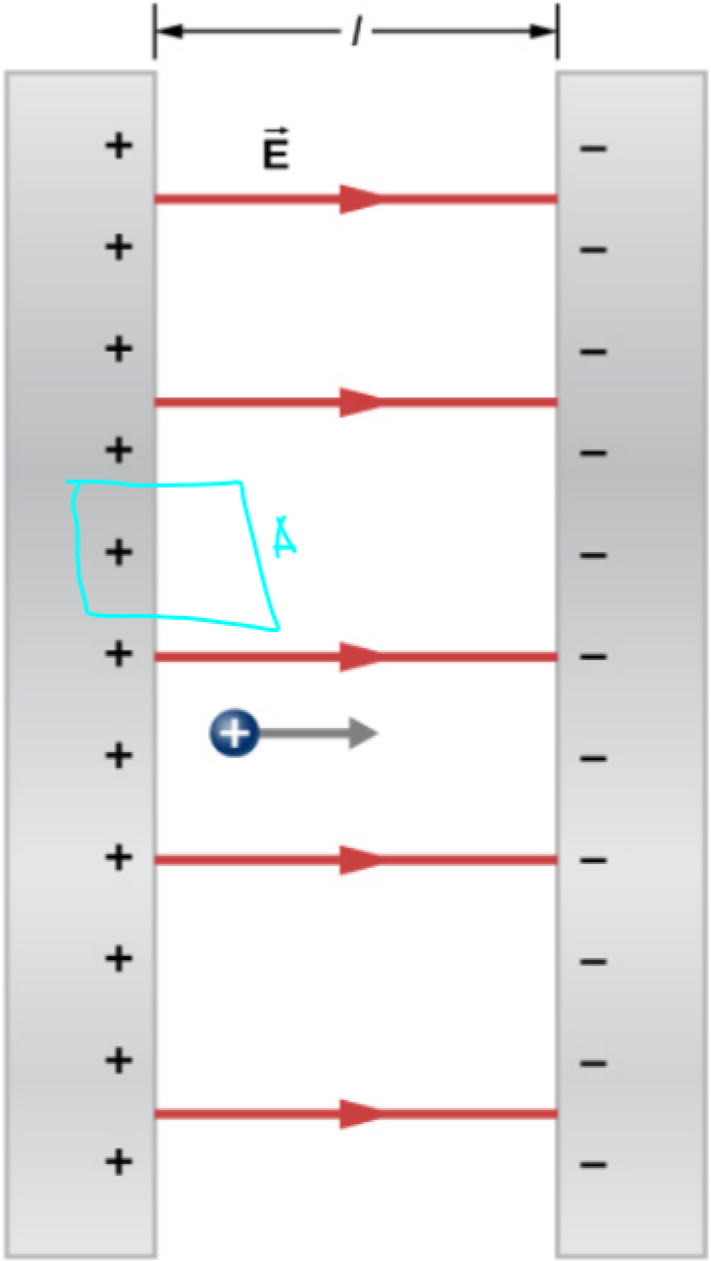
openstax

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}}$$ þvert á leiðarann

Samsíða hlaðnir sléttir leiðarar með sitthvora hleðslutegundina



openstax

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \quad EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}}$$