Háskóli Íslands
Raunvísindadeild
Eðlisfræðiskor

09.21.64 Eðlisfræði þéttefnis I

Föstudaginn 12. desember 1997, kl. 9-13.

Leyfileg hjálpargögn eru: Vasatölva.

1. Orkuborða rafeinda í tvívíðum ferningskristalli er lýst með fallinu

$$\mathcal{E}(k_x, k_y) = -\mathcal{E}_0 \cdot [\cos(k_x a) + \cos(k_y a)]\,,$$

þar sem a er hliðarlengd grindareiningarinnar.

   (a) Skissið upp mynd af jafnorkulínum borðans fyrir orkugildin $\mathcal{E} = 0, \pm\mathcal{E}_0$ á skerta Brillouin-svæðinu.

   (b) Rafeind er stödd í $\mathbf{k} = 0$ og $\mathbf{r} = 0$. Klukkan $t = 0$ er kveikt á föstum krafti $\mathbf{F}$ með stefnu þannig að $F_x = 2F_y$. Sýnið braut rafeindarinnar á skerta Brillouin-svæðinu á tímabilinu $0 \leq t \leq 4T$ þar sem

$$T = \frac{\pi\hbar}{aF_x}.$$

   (c) Reiknið og teiknið x- og y-þátt hraða og staðsetningar rafeindarinnar sem fall af tíma á fyrrnefndu tímabili.

   (d) Skissið upp mynd af braut rafeindarinnar í staðarrúminu

   (e) Reiknið andhverfa massaþinilinn fyrir Γ-punkt borðans.

2. (a) Lýsið höfuðmuni líkana Drudes og Sommerfelds

   (b) Hvers vegna eru engir orkuborðar í líkani Sommerfelds? Hvað þarf til viðbótar til þess að líkanið fái borðauppbyggingu?

   (c) Lýsir líkan Sommerfelds betur málmum eða hálfleiðurum? Rökstyðjið.

3. (a) Hvað er yfirborðsspenna?

   (b) Hvernig kemur hún til?

4. Í keðju atóma þar sem hvert atóm víxlverkar aðeins við næstu granna eru sveifluhættir, sem í hreintónanálgun hafa tvístrunina

$$\omega(k) = \omega_0 \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|,$$

þar sem ω_0 er hæsta tíðnin sem næst þegar k er við Brillouin-svæðamörkin.

   (a) Sýnið að ástandaþéttleikinn fyrir sveifluhættina er

   $$g(\omega) = \frac{2}{\pi a \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}}.$$

   (b) Hvað eru van Hove-sérstöðupunktar?

   (c) Í hvernig kerfum finnast ljóslægar og hljóðlægar greinar sveifluháttanna? Hver er munur þeirra.

5. (a) Lýsið gróflega aðferð til þess að reikna orkuborða þéttbundinna rafeinda í kristalli.

   (b) Hvað gildir um staðsetningu rafeinda í kristallinum?

   (c) Skipta Bragg- sléttur og speglun máli í þannig kristalli?

6. Hvers vegna virðist víxlverkun rafeinda í fjöleindakerfi skipta minna máli þegar þéttleiki þeirra vex?

Jöfnur fyrir 09.21.64

$$\vec{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\vec{r}} = -i\hbar\vec{\nabla}, \qquad \mathcal{E}(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \qquad \frac{1}{n} = \frac{4\pi r_s^3}{3}, \qquad \vec{j} = -ne\vec{v}$$

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \qquad \vec{v} = \frac{\hbar\vec{k}}{m}, \qquad \lambda = \frac{2\pi}{k}, \qquad a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}, \qquad \vec{j} = \sigma\vec{E}$$

$$\lim_{V\to\infty}\frac{1}{V}\sum_{\vec{k}} F(\vec{k}) = 2\int\frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}F(\vec{k}), \qquad f(\mathcal{E}) = \frac{1}{e^{(\mathcal{E}-\mu)\beta}+1}, \qquad \beta = \frac{1}{k_B T}$$

$$n = 2\int\frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}f(\mathcal{E}(\vec{k})), \qquad c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_V, \qquad \lim_{T\to 0}\mu = \mathcal{E}_F$$

$$u = \int_{-\infty}^{\infty} d\mathcal{E}\, g(\mathcal{E})\mathcal{E} f(\mathcal{E}), \qquad e^{i\vec{K}\cdot\vec{R}} = 1, \qquad \vec{b}_i\cdot\vec{a}_j = 2\pi\delta_{ij}$$

$$\vec{b}_1 = 2\pi\frac{\vec{a}_2\times\vec{a}_3}{\vec{a}_1\cdot(\vec{a}_2\times\vec{a}_3)}, \qquad \vec{b}_2 = 2\pi\frac{\vec{a}_3\times\vec{a}_1}{\vec{a}_1\cdot(\vec{a}_2\times\vec{a}_3)}, \qquad \vec{b}_3 = 2\pi\frac{\vec{a}_1\times\vec{a}_2}{\vec{a}_1\cdot(\vec{a}_2\times\vec{a}_3)}$$

$$\psi_{n\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}u_{n\vec{k}}(\vec{r}), \qquad \psi(\vec{r}+\vec{R}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}\psi(\vec{r}), \qquad \vec{v}_n(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar}\vec{\nabla}_{\vec{k}}\mathcal{E}_n(\vec{k})$$

$$g_n(\mathcal{E}) = 2\int\frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}\delta(\mathcal{E}-\mathcal{E}_n(\vec{k})), \qquad g_n(\mathcal{E}) = 2\int_{S_n(\mathcal{E})}\frac{dS}{(2\pi)^3}\frac{1}{|\vec{\nabla}\mathcal{E}_n(\vec{k})|}$$

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v}_n(\vec{k}), \qquad \hbar\dot{\vec{k}} = -e\left[\vec{E}(\vec{r},t) + \frac{1}{c}\vec{v}_n(\vec{k})\times\vec{H}(\vec{r},t)\right]$$

$$\vec{k}(t) = \vec{k}(0) - \frac{e\vec{E}t}{\hbar}, \qquad \left[M^{-1}(\vec{k})\right]_{ij} = \pm\frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2\mathcal{E}(\vec{k})}{\partial k_i\partial k_j}$$

$$E = \sum_{\vec{k}s}(n_{\vec{k}s}+\frac{1}{2})\hbar\omega_s(\vec{k}), \qquad g(\omega) = \sum_s\int\frac{dS}{(2\pi)^3}\frac{1}{|\vec{\nabla}\omega_s(\vec{k})|}$$

$$\mu_i = \mathcal{E}_v + \frac{1}{2}E_g + \frac{3}{4}k_b T\ln\left(\frac{m_v}{m_c}\right), \qquad \langle n\rangle = \frac{\sum N_j e^{-\beta(E_j-\mu N_j)}}{\sum e^{-\beta(E_j-\mu N_j)}}$$