

## 09.21.21 Eðlisfræði 2 V

Laugardaginn 9. maí 2008, kl. 09:00-12:00.

**Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri og reiknivélar. Grafískar reiknivélar skulu núllstilltar í upphafi prófs.**

Vægi allra 7 verkefna er jafnt. Með prófinu fylgir jöfnusafn. Skrifðu skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll dæmin eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Í vetnisatómi eru róteind með hleðslu  $+e$  og rafeind með hleðslu  $-e$ . Hægt er að líta á róteindina sem punkthleðslu í hnitinu  $r = 0$ , miðju vetnisatómsins. Hreyfing rafeindarinnar leiðir til þess að svo virðist sem hleðslu hennar sé dreift kúlusamhverft í kringum róteindina. Rafeindinni er lýst sem hleðsludreifingu (hleðslu á rúmmál)

$$\rho(r) = \frac{(-e)}{\pi a_0^3} \exp\left(-\frac{2r}{a_0}\right),$$

þar sem  $a_0 \approx 0.53 \times 10^{-10} m$  er Bohr geislinn, náttúrulegur lengdarskali í uppbyggingu vetnisatómsins.

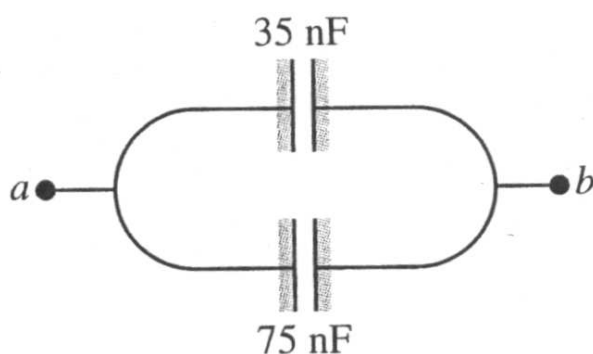
- Finnið heildarhleðslu vetnisatómsins innan kúlu með geisla  $r$  með miðju í róteindinni.
- Sýnið að hleðslan í liðnum að ofan stefnir á núll þegar  $r \rightarrow \infty$ .
- Finnið rafsviðið (styrk og stefnu) sem vetnisatómið orsakar í fjarlægð  $r$  frá róteindinni.
- Rissið upp mynd af styrk rafsviðsins  $E$  sem falli af  $r$ .

**English:** A hydrogen atom is made up of a proton with charge  $+e$  and an electron of charge  $-e$ . The proton may be regarded as a point charge at  $r = 0$ , the center of the atom. The motion of the electron causes its charge to be “smeared out” into a spherical distribution around the proton, so that the electron is equivalent to a charge per unit volume

$$\rho(r) = \frac{(-e)}{\pi a_0^3} \exp\left(-\frac{2r}{a_0}\right),$$

where  $a_0 \approx 0.53 \times 10^{-10} m$  is the Bohr radius, the characteristic length scale in the structure of the hydrogen atom.

- (a) Find the total amount of the hydrogen atom's charge that is enclosed by a sphere of radius  $r$  centered on the proton.
  - (b) Show that as  $r \rightarrow \infty$ , the enclosed charge found in (a) goes to zero.
  - (c) Find the electric field (magnitude and direction) caused by the hydrogen atom as a function of  $r$ .
  - (d) Graph the electric field magnitude  $E$  as a function of  $r$ .
2. **Íslenska:** Spennan  $V_{ab}$  er sett milli snertanna  $ab$  á þéttarásinni á myndinni.

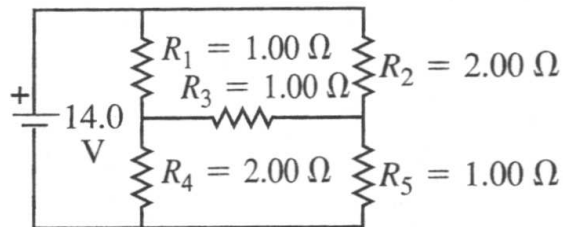


- (a) Finnið heildarhleðsluna geymda í rásinni.
- (b) Finnið hleðsluna á hvorum þétti.
- (c) Finnið heildarorkuna geymda í rásinni.
- (d) Finnið orkuna geymda í hvorum þétti.
- (e) Finnið spennuna yfir hvorn þétti í rásinni.

**English:** For the capacitor network shown in the figure, the potential difference across  $ab$  is  $V_{ab}$ .

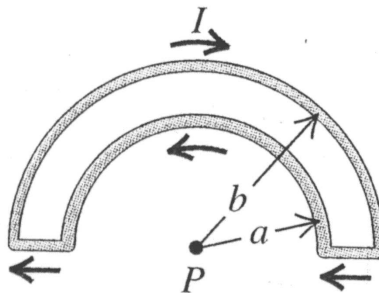
- (a) Find the total charge stored in the network.
- (b) Find the charge on each capacitor.
- (c) Find the total energy stored in the network.
- (d) Find the energy stored in each capacitor.
- (e) Find the potential difference across each capacitor.

3. **Íslenska:** Finnið strauminn í gegnum rafhlöðuna og hvert viðnámana í rásinni á myndinni. Hve stóru viðnámi jafngildir viðnámafléttan?



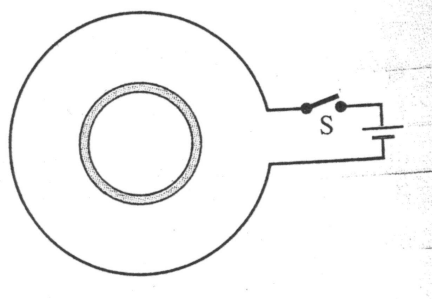
**English:** Find the current through the battery and each resistor in the circuit in the figure. What is the equivalent resistance of the resistor network?

4. **Íslenska:** Vírhláfringirnir á myndinni hafa geisla  $a$  og  $b$ . Finnið segulsviðið (styrk og stefnu) sem straumarnir valda í punktinum  $P$ .



**English:** The wire semicircles shown in the figure have radii  $a$  and  $b$ . Calculate the net magnetic field (magnitude and direction) that the current in the wires produces at point  $P$ .

5. **Íslenska:** Lítil leiðandi hringur er innan stærri lykkju sem tengd er við rafhlöðu og rofa eins og myndin sýnir.



- Ákvarðið stefnu spanaða straumsins í smáa hringnum rétt eftir að rofanum  $S$  er lokað.
- Finnið strauminn eftir að  $S$  hefur verið lokaður í langan tíma.
- Hvernig er straumurinn rétt eftir að  $S$  hefur verið opnaður aftur eftir að hafa verið lokaður í langan tíma.

**English:** A small conducting ring is inside a larger loop that is connected to a battery and a switch, as the figure shows.

- Find the direction of the induced current in the small ring just after the switch  $S$  has been closed.
- Find the current after  $S$  has been closed for a long time.
- How is the current just after  $S$  has been reopened after being closed for a long time?

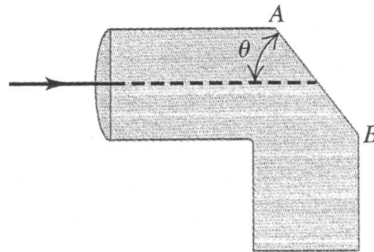
6. **Íslenska:** Laun- eða þverviðnám  $L$ - $R$ - $C$  rásar er skilgreint sem  $X = X_L - X_C$ .

- Sýnið að  $X = 0$  þegar horntíðni  $\omega$  straumsins er jöfn hermutíðninni  $\omega_0$ .
- Hvert er formerki  $X$  þegar  $\omega > \omega_0$ ?
- Hvert er formerki  $X$  þegar  $\omega < \omega_0$ ?
- Rissið up  $X$  sem fall af  $\omega$ .

**English:** Define the reactance of an  $L$ - $R$ - $C$  circuit to be  $X = X_L - X_C$ .

- Show that  $X = 0$  when the angular frequency  $\omega$  of the current is equal to the resonance angular frequency  $\omega_0$ .
- What is the sign of  $X$  when  $\omega > \omega_0$ ?
- What is the sign of  $X$  when  $\omega < \omega_0$ ?
- Graph  $X$  versus  $\omega$ .

7. **Íslenska:** Ljósi er beint að gegnheilu plaströri með brotstuðul 1.60. Ljósgeislin er samsíða efsta hluta rörsins. Þú villt skera flötinn  $AB$  þannig að allt ljósið endurkastist áfram inn í rörið eftir speglunina í fletinum.



- (a) Hvert er stærsta mögulega hornið  $\theta$  ef rörið er í lofti?  
(b) Ef rörinu er sökkt í vatn með brotstuðul 1.33, hvert er þá stærsta hornið  $\theta$ ?

**English:** Light enters a solid pipe made of plastic having an index of refraction 1.60. The light travel parallel to the upper part of the pipe. You want to cut the face  $AB$  so that all the light will reflect back into the pipe after it strikes that face.

- (a) What is the largest that  $\theta$  can be if the pipe is in air?  
(b) If the pipe is immersed in water of refractive index 1.33, what is the largest that  $\theta$  can be?