# Jöfnur Maxwells

Hingað til hefur segulsviði verið lýst með

(1) $$\oint \bar{B} \cdot d\bar{A} = 0$$ Gauss, engin segul einstaut

(2) $$\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 I$$ Ampere, $I \to \bar{B}$

og rafsviði með

(3) $$\oint \bar{E} \cdot d\bar{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$ Gauss rafhleðslur

(4) $$\oint \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$ Faraday

↑

breytingar á $\bar{B}$ valda rafsviði $\bar{E}$



## tvenns konar ósamhverfa

* m.t.t. uppspretta

Rafsvið getur orðið til vegna einstakra hleðslna.

Ekker slíkt gerist fyrir segulsvið. Straumur I veldur $\bar{B}$

endurspeglar náttúruna, sést í tilraunum

* m.t.t. breytinga á flæði

(4) → $\bar{E}$ verður til vegna $\dot{\bar{B}} \neq 0$

Engin jafna lýsir því að $\bar{B}$ gæti orðið til vegna $\dot{\bar{E}} \neq 0$

↓

mótsögn við tilraunir

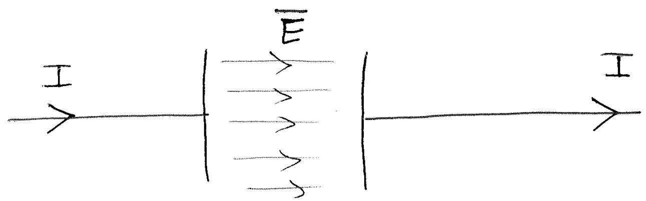
③

Jöfnur ①, ③ og ④ eru almennt réttar fyrir sístæð og breytileg svið.

Jafna ② er ekki í lagi fyrir tímaháð svið

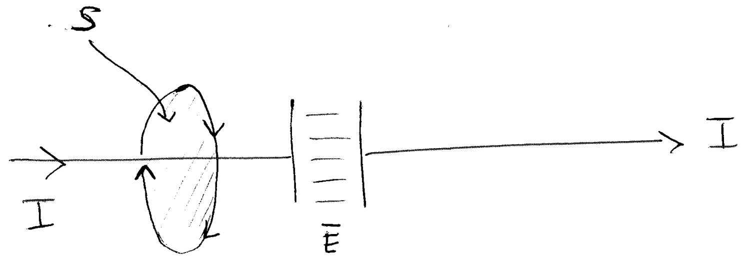
Athugum

- Leiðsla með þétti sem er að hlaðast upp




- Reiknum segulsviðið $\bar{B}$ vegna straumsins I með lögmáli Ampères

④




Reiknum $\bar{B}$ á hringnum þ.e. veginum C

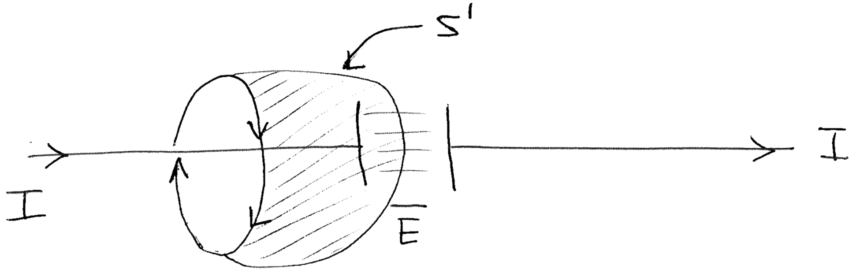
- $$\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 I$$

I er straumurinn um yfirborðið S sem takmarkast af hringnum

- Í raun er hægri hlið jöfnunar þ.a.

$$\mu_0 I = \underbrace{\oint_S \bar{J} \cdot d\bar{A}}\ \mu_0$$

yfirborðsheildi yfir ótiltekið yfirborð S með jaðarinn C veljum því yfirborðið s' þ.a.




- núna gildir $\mu_0 \oint_{s'} \bar{J}\cdot d\bar{A} = \mu_0 I = 0$

$$\rightarrow \oint \bar{B}\cdot d\bar{l} = 0$$

- því virðist $\bar{B} = 0$, eða $\bar{B} \neq 0$, háð því hvaða yfirborð s er valið.

↑ Mælingar sýna að segulsviðið $\bar{B} \neq 0$ í þessu tilfelli



Maxwell leiðrétti lögmál Ampères

Um yfirborðið s' breytist rafflæði $\Phi_E = (EA) = \frac{Q}{\epsilon_0}$

↖ plötuþéttir, Gauss

vegna þess að

- $$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0}\frac{dQ}{dt} \neq 0$$

Maxwell skilgreindi færslustraum

$$I_D \equiv \frac{dQ}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

- og setti

$$\boxed{\oint \bar{B}\cdot d\bar{l} = \mu_0 (I + I_D) = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}}$$

Ampères-Maxwell-lögmálið

Með því er engin mótsögn

Jöfnur Maxwells eru því

(1) $$\oint \bar{E}\cdot d\bar{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$ Gauß rafsviðsflæði

(2) $$\oint \bar{B}\cdot d\bar{A} = 0$$ Gauß segulsviðsflæði

(3) $$\oint \bar{E}\cdot d\bar{l} = 0 - \frac{d\Phi_B}{dt}$$ Faraday rafspan

(4) $$\oint \bar{B}\cdot d\bar{l} = \mu_0 I + \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$ Ampère-Maxwell segulspan

$\bar{B}$ og $\bar{E}$ eru tengd

Jöfnurnar lýsa rafsegulsviði

Við eigum eftir að sjá að rafsegulbylgjur geta borist um tómarúmið

Við þurfum notað til viðbótar Lorentz kraft

$$\bar{F} = q(\bar{E} + \bar{v}\times\bar{B})$$

og hleðsluvarðveislu

tengd við [illegible]



Hægri hlið (1) má umrita sem rúmheildi yfir hleðsluþéttleika $\rho$

Vinstri hlið (1) og (2) umskrifast sem rúmheildi með Gauß reglu

$$\int dV \left\{ \bar{\nabla}\cdot\bar{E} = \frac{\rho(\bar{r})}{\epsilon_0} \right\}$$

$\rightarrow$

$$\int dV \left\{ \bar{\nabla}\cdot\bar{B} = 0 \right\}$$

Jöfnum (3) og (4) má breyta í yfirborðsheildi með Stokes-reglu (vinstri hlið) og (flæði skilgr. fyrir hægri)

$$\oint d\bar{A}\cdot\left\{ \bar{\nabla}\times\bar{E} = -\frac{\partial\bar{B}}{\partial t} \right\}$$

$$\oint d\bar{A}\cdot\left\{ \bar{\nabla}\times\bar{B} = \mu_0\bar{J} + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\bar{E}}{\partial t} \right\}$$

því er hægt að skrifa jöfnur Maxwells í hverjum punkti rúmsins sem:

$$\boxed{\begin{aligned} \bar{\nabla}\cdot\bar{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \bar{\nabla}\cdot\bar{B} &= 0 \\ \bar{\nabla}\times\bar{E} &= -\frac{\partial\bar{B}}{\partial t} \\ \bar{\nabla}\times\bar{B} &= \mu_0\bar{J} + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\bar{E}}{\partial t} \end{aligned}}$$

diffurformið er jafngilt heildisforminu.

oft þægilegra fyrir flókna reikn

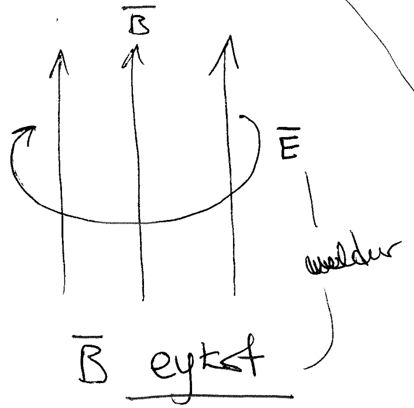
myndræna



Faraday

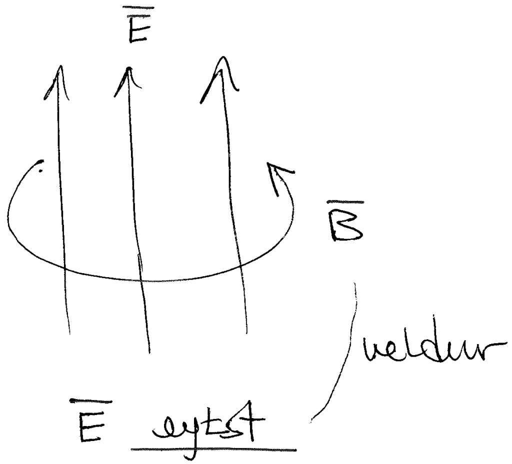
$$\oint \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

pósitíf stefna



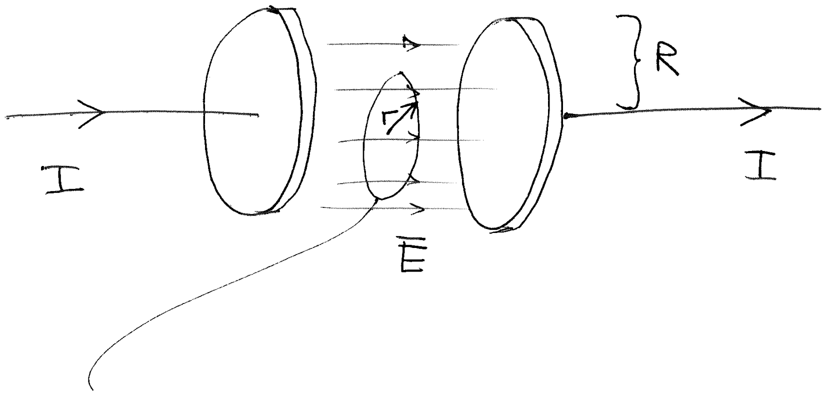

Ampère-Maxwell

$$\oint \bar{B}\cdot d\bar{l} = \underbrace{\mu_0 I}_{=0} + \mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}$$



Dæmi

Finna segulsviðið í hringlaga plötuþétti í hleðslu




Hringsamhverfa

$$\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 (\pi r^2) \frac{dE}{dt}$$

$$\rightarrow \quad B = \frac{1}{2} \mu_0 \epsilon_0 r \left(\frac{dE}{dt}\right)$$

↑ innan þéttis