24. Þéttar og rafsvarar

Rýmd

Tveir leiðarar

Rafhlaðan hleður upp leiðarana. Kraftur á milli hleðslanna heldur hleðslunni á leiðurunum þó rafhlaðan sé tekin burt (opin rás!)

Þéttir (rýmir)

Tilraunir sýna að í langflestum tilfellum gildir

$$\boxed{Q = CV}$$

Línulegt samband Q og V

C: fasti aðeins háður lögun þéttisplatna og efni milli þeirra. Rýmd

C : [Coulomb/Volt = farad]

Rýmd er almennur eiginleiki leiðara

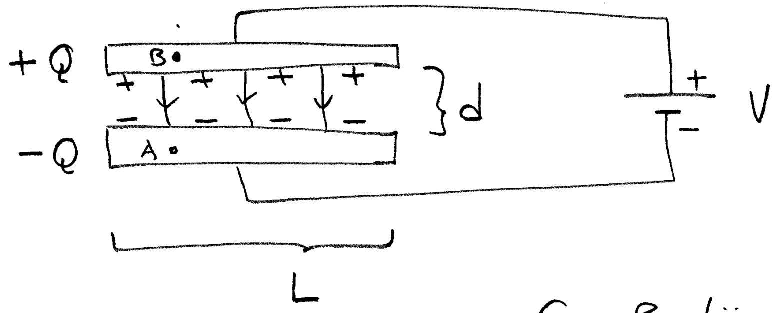
* Rýmd milli rafmagslínu og jarðar
* Rýmd milli skýs og jarðar ---

⋮

Til eru (undantekningar) þéttar með $C = C(V,Q)$ (B, ...)

Við fjöllum ekki um slíka hér!

Plötuþéttir



Gauß-lögmál fyrir málmplötur

$$|\bar{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$V - 0 = -\int_A^B \bar{E}\cdot d\bar{s} = Ed$$

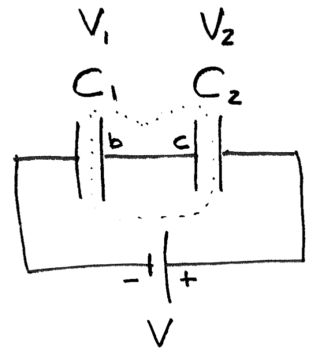
$$\rightarrow \quad V = Ed = \frac{Q}{\epsilon_0 A} d = \frac{Q}{C}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{C = \frac{\epsilon_0 A}{d}}$$

Eðlisfræðil. aðstæður

Tengdir þéttar

Raðtengdir



$$V = V_1 + V_2$$

hleðslan á b er −hleðslan á c

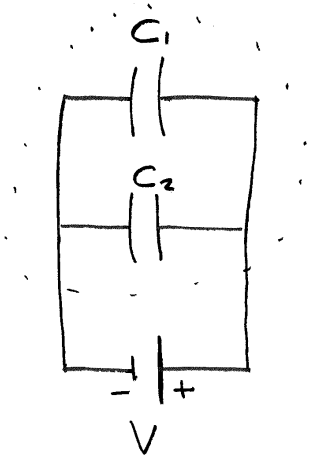
$$\rightarrow \quad Q_1 = Q_2 \equiv Q$$

$$Q = CV$$

$$\frac{Q}{C_T} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\rightarrow \quad \frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Hliðtengdir



Jafnvægi: sama spenna yfir báða þétta

$$V_1 = V_2 = V$$

mismunandi Q

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2)V$$

$$= C_T V$$

$$\to C_T = C_1 + C_2$$

Orka í þétti

þéttir tengdur rafhlöðu

$\to$ hleðsla flyst á plötur þangað til $V_c = V_{batt.}$

hvaða vinna er framkvæmd?

(stöðuorka hleðslu q í rafmætti V, $U = qV$)

rafhlaðan færir dq frá neikvæðri plötunni til jákvæðu plötunnar

$$dW = V dq$$

ekki fasti

$Q = CV$

$$\to dW = V dq = \frac{q}{C} dq$$

$$\to W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{C}\right) Q^2$$

$$= \frac{1}{2} C V^2$$

(7)

Orkuþéttleiki rafsviðs

Hvar er orka þéttis, sama hleðsla (einungis flutt á milli platna með rafhlöðu)

Rafsvið breytist ← orka

sértilvik plötuþéttir : $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

$$\rightarrow U_E = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} (Ed)^2$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (Ad)$$

↑ rúmmál

→ orkuþéttleiki

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Almennt gildir um rafsvið

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 \bar{E} \cdot \bar{E}$$

í tómarúmi

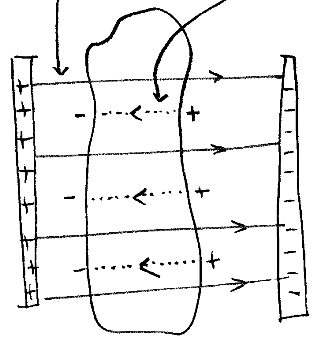
(8)

Rafsvarar eru einangrandi efni með tvískautsvægi

{ tvískautin eru vegna rafeindadreifingar í bindingum atóma eða sameinda í kristallinum }

Þegar rafsvara er komið fyrir í þétti (rafsviði) spanast gagnstætt svið E_i innan rafsvarans

E_0



$$E_D = E_0 - E_i = \frac{E_0}{\kappa}$$

Heildarsvið innan rafsvara

er í flestum tilfellum í línulegu sambandi við ytra sviðið

κ : rafsvörunarstuðull ≥ 1 Grískt kappa

K	Efni
~1	Loft
4-6	Gler
12,4	GaAs
80	H_2O

til eru ólínulegir rafsvarar, sérstaklega verða margir í sterku sviði

Í raun er K háð tíðni og bylgjulengd rafsviðs $K(\omega, \lambda)$

Með rafsvara milli þéttisplatna eykst rýmdin

$C = Q/V$

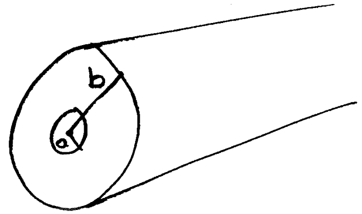
$$\boxed{C_D = K C_0}$$

K: er einungis háð efninu, eiginleiki þess.

smásæ líkön af rafeindum og atómum í kristalli (eða gleri) eru notuð t.þ.a. reikna K ← skammtafræði

(Ljós og leiðni eiginleikar tengjast K)

Dæmi rýmd samása kapals



Gerum ráð fyrir línuhleðsluþéttleika λ [C/m] á innri leiðara

Sviðið fyrir $a<r<b$ samkvæmt Gauß

$$\oint \bar{E}\cdot d\bar{A} = E_r(2\pi r L) = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{L\lambda}{\epsilon_0}$$

sívalningur með hæð L og geisla r

Ekkert flæði um enda

$$\rightarrow E_r = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{2k\lambda}{r}$$

Rýmd er skilgreind með

$$Q = CV$$

11

því þarf rafmættið fyrir $a<r<b$

$$V_b - V_a = -\int_a^b \bar{E}\cdot d\bar{s}$$

← óháð leið velja samsíða sviðslínum

$$= -\int_a^b E_r\, dr$$

$$= -2k\lambda \int_a^b \frac{dr}{r} = -2k\lambda\{\ln b - \ln a\}$$

$$= -2k\lambda \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

notum skilgreiningu á C

$$Q = CV$$

$$L\lambda = C|\Delta V| = C\, 2k\lambda \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\rightarrow \boxed{C = \frac{L}{2k\ln(b/a)}}$$

línulegt með lengd

12

Stærðfræðilegar upplýsingar

Kartískt rúmheildi $\int dx \int dy \int dz\, f(x,y,z)$

V_0

Sívalningshnit

$$\int_0^R r\,dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^h dz\; f(r,\varphi,z)$$

ekki sama r (oft notað ρ)

Kúluhnit

$$\int_0^R r^2 dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta\; f(r,\varphi,\theta)$$

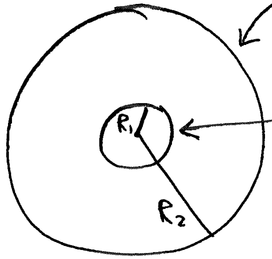
Stigull

$$\bar{\nabla}\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\hat{z} \qquad (x,y,z)$$

$$= \frac{\partial\phi}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\hat{\varphi} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\hat{z} \qquad (r,\varphi,z)$$

$$= \frac{\partial\phi}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\hat{\varphi} \qquad (r,\varphi,\theta)$$

Kúluþéttir



skel með hleðslu $-Q$

Kúla með Q

Gauß $\rightarrow$ ekkert svið vegna þessara hleðslna fyrir $r > R_2$

$R_1 < r < R_2$

Gauß $\rightarrow$ $E_r = + \dfrac{kQ}{r^2}$

$$V_2 - V_1 = \Delta V = - \int_{R_1}^{R_2} \bar{E} \cdot d\bar{s} = - \int_{R_1}^{R_2} E_r dr$$

$$= kQ \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) < 0$$

notum skilgrein á C

$$|Q| = C |\Delta V|$$

$$\rightarrow \boxed{C = \frac{R_1 R_2}{k(R_2 - R_1)}}$$

Rýmd einangraðrar kúlu

fæst þ. $R_2 \rightarrow \infty$

$$C = \frac{R_1 R_2}{k R_2 \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)} \xrightarrow[R_2 \to \infty]{} \frac{R_1}{k}$$

plötuþéttir þ. $R_2 - R_1 << R_2$

↳ $R_1 \sim R_2 \sim R$

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}{(R_2 - R_1)}$$

$$\simeq \frac{(4\pi R^2)\epsilon_0}{d} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$