Dæmi 1 Ögn í mætti $U(x) = -\frac{U_0}{\cosh^2(\alpha x)}$

Heildarorkan er

$$E(x,\dot x) = \frac{m}{2}\dot x^2 - \frac{U_0}{\cosh^2(\alpha x)}$$

orkan er á bilinu

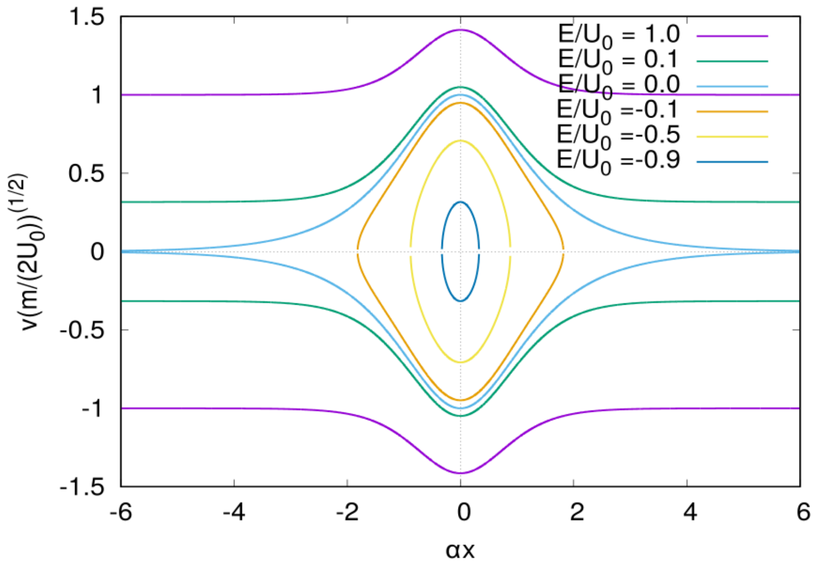
$$E \in [-U_0, \infty) \longrightarrow E \geq -U_0$$

Umskrifum sem

$$\frac{\dot x^2 m}{2} = E + \frac{U_0}{\cosh^2(\alpha x)}$$

$$\to \sqrt{\frac{m}{2U_0}}\,\dot x = \pm\sqrt{\frac{E}{U_0} + \frac{1}{\cosh^2(\alpha x)}}$$

þetta eru eðlilegar víddarlausar breytur á graf



Athyglisvert er að eind með orku E=0 er á sveifluhreyfingu sem tognar út yfir allan x-ásinn

Dæmi 2 Skoðum fasaferla fyrir hreyfijöfnuna

$$\ddot x + \beta \dot x^2 + \omega^2 x = 0$$

Jafnan er ekki víddarlaus, umritum hana sem hneppi fyrsta stigs jafna

$$\boxed{\begin{aligned} y &= \frac{\dot x}{\omega} \\ \dot y \omega + \beta\omega^2 y^2 + \omega^2 x &= 0 \end{aligned}}$$

Skiptum um hnitakerfi

$$\left.\begin{aligned} x &= r\cos\theta \\ y &= r\sin\theta \end{aligned}\right\}$$ Núna mögulegt vegna þess að x og y hafa sömu vídd

$$r^2 = x^2 + y^2 \longrightarrow \boxed{r\dot r = x\dot x + y\dot y}$$

$$\left\{\begin{aligned} \dot x &= \dot r\cos\theta - r\dot\theta\sin\theta \\ \dot y &= \dot r\sin\theta + r\dot\theta\cos\theta \end{aligned}\right.$$

$$\boxed{r^2\dot\theta = x\dot y - y\dot x}$$

því fæst

$$\begin{aligned} r^2\dot\theta &= -\beta\omega x y^2 - \omega x^2 - \omega y^2 \\ &= -\beta\omega r^3\cos\theta\sin^2\theta - \omega r^2\cos^2\theta - \omega r^2\sin^2\theta \end{aligned}$$

$$\longrightarrow \boxed{\dot\theta = -\beta\omega r\cos\theta\sin^2\theta - \omega}$$

$$r\dot r = \omega x y - \beta\omega y^3 - \omega y x = -\beta\omega y^3$$

$$\longrightarrow \boxed{\dot r = -\beta\omega r^2\sin^3\theta}$$

Eins og búast mátti við, sést hér þegar β stefnir á 0, að r breytist ekki, og hringsnúningurinn verður með hornhraða $-\omega$, ódeyfður línulegur sveifill

Við sjáum líka að með endanlegri deyfingu, β, minnkar geisli hreyfingarinnar r þegar $0<\theta<\pi$, en vex annars. Vöxturinn og deyfingin minnka þegar nær kemur r=0.

5

Skoðum hreyfijöfnuna

$$\ddot{x} = -\beta\dot{x}^2 - \omega^2 x$$

~ kraftur til vinstri í hlutfalli við hraða í öðru veldi

~ kraftur að 0, í hlutfalli við færslu

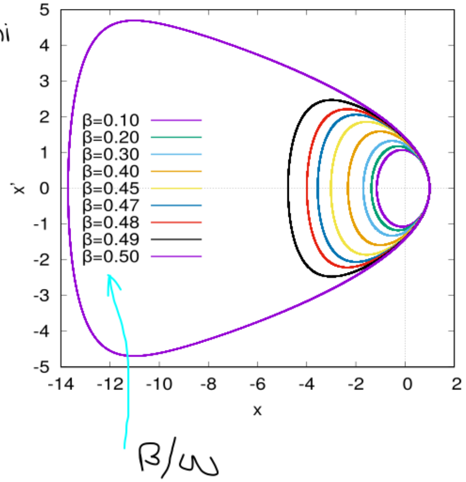
Skala jöfnu, $s = \omega t$ víddarlaus tími

$$\longrightarrow \quad x'' + \frac{\beta}{\omega}(x')^2 + x = 0$$

Ætli til sé kerfi sem lýst er með þessari jöfnu?

$x(0) = 1,0$

$\dot{x}(0) = 0,0$



6

Dæmi 3

Hreyfing agnar í mættinu

$$U = \alpha x^2 + \beta x^4$$

Heildarorkan

$$E = \frac{m}{2}\dot{x}^2 + \alpha x^2 + \beta x^4$$

$$\longrightarrow \quad \dot{x}^2 = \frac{2E}{m} - \frac{2}{m}\left\{\alpha x^2 + \beta x^4\right\}$$

$$= \frac{2E}{m} - \frac{2\alpha}{m}\left\{x^2 + \frac{\beta}{\alpha}x^4\right\}$$

$$= \frac{2E}{m}\left[1 - \frac{\alpha}{E}\left[x^2 + \frac{\beta}{\alpha}x^4\right]\right]$$

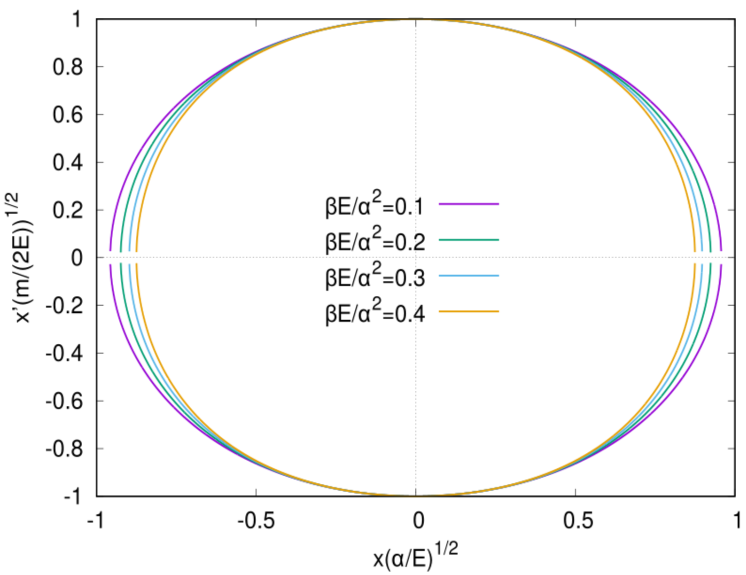
$$\longrightarrow \quad \frac{m\dot{x}^2}{2E} = \left[1 - \frac{\alpha x^2}{E} - \frac{\beta E}{\alpha^2}\left(\frac{\alpha x^2}{E}\right)^2\right]$$

Getum fest E og α

og leikið okkur með

β í $\frac{\beta E}{\alpha^2}$

7



Ekki kemur á óvart að sveiflan þrengist með vaxandi β og fastri orku

8

Dæmi 4 Hreyfijafna

$$\ddot{x} + (x^2 + \dot{x}^2 - 1)\dot{x} + x = 0$$

Umskrifum sem fyrsta stigs afleiðuhneppi

$$y = \dot{x}$$

$$\dot{y} + (x^2 + y^2 - 1)y + x = 0$$

Markferill með geisla 1

300000 punktar á feril