Tvívítt Rafeindakerfi

Greinar um tvívíð kerfi

Inngangur

Ástand þéttleiki

Línuleg skýling

Plasmabylgjur

Segulsvið

Ólínuleg skýling

Leiðni

Hall hrif

Greinar um 2DEG

Yfirlit:

Electronic properties of two-dimensional systems
T. Ando et. al Rev Mod Phys 54 1982

Nobel lectures in Physics 1985
K. v. Klitzing Rev. Mod Phys 58 1986

Electronic surface states of liquid helium
M.W. Cole Rev. Mod. Phys 46 1974

The Quantum Hall effect
Ed. R.E Prange og S M Girvin
Springer Verlag 1987

Tvívíð rafeindakerfi Inngangur

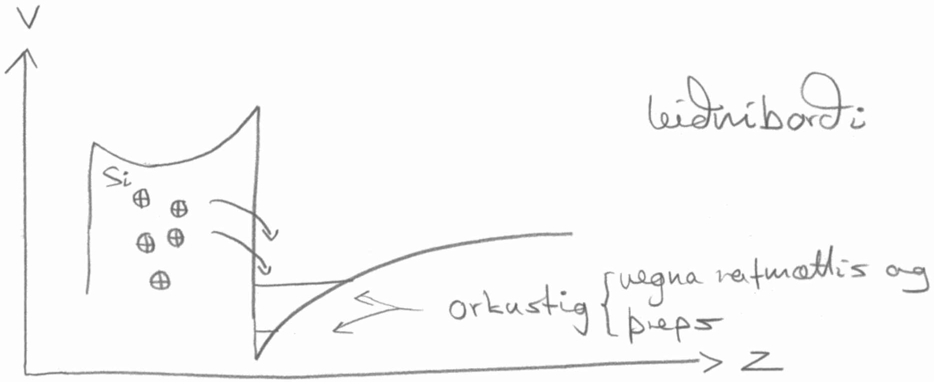
(1)

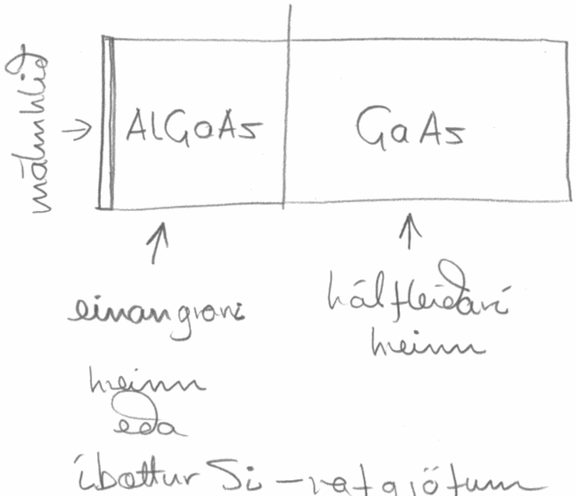
Finnast

á yfirborði He vökva

við samskeyti hálfleiðara

tökum GaAs sem dæmi





Hversvegna er kerfið tvívítt

(2)

Þykkt kerfisins $10 - 100\ \text{Å} \sim d$

$\uparrow$

útreiknuð frá N_A, K, n_s

$n_s \sim 10^{10} - 10^{12}\ \text{cm}^{-2}$

Fermi bylgjulengdin er:

$$\lambda_F = \frac{2\pi}{k_F} \sim 355\left(\frac{10^{12}\ \text{cm}^{-2}}{n_s}\right)\ \text{Å}$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{\lambda_F \gg d}$$

fyrir $n_s < 10^{12}\ \text{cm}^{-2}$ er líka aðeins lægsti orkuborðinn setinn

Rafeindirnar geta hreyfst frjálst í x og y áttirnar

þar að auki sýna kerfin ýmsa eiginleika 2D-kerfa í tilraunum
→ sjáum síðar

Hversvegna eru kerfin mikilvæg

* Tæknilegt mikilvægi
* n_s er breytilegt

Flestir eiginleikar 2DEG reiknaðir með skammtasviðsfræði fást sem „veldisröð" í stiklinum $r_s = \frac{r_0}{a_0}$ — Bohr radius

$$r_0 = \sqrt{\frac{1}{\pi n_s}}$$

n_s er hægt að breyta um stærðargráður
→ r_0
Hægt að reyna niðurstöður og nákvæmni þeirra betur en í 3D

$\boxed{\text{Í 3D er } n_s \text{ fasti}}$

t.d. er hægt að breyta samfellt n_s þ.a. kerfið fari úr klassísku ástandi yfir í skammta ástand

Sjáum

$$\langle V \rangle = \frac{e^2}{K r_0} = \frac{e^2}{K}\sqrt{\pi n_s}$$

því $n_s = \frac{1}{\pi r_0^2}$

$$\langle E_{kin} \rangle = \langle E_{kin} \rangle_q + \langle E_{kin} \rangle_{cl}$$

$$= \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m^*} + k_B T$$

$$\uparrow$$

$$\frac{\pi n_s \hbar^2}{m^*}$$

því $k_F^2 = 2\pi n_s$

$$\langle E_{kin} \rangle_q \simeq n_s \frac{m_0}{m^*} 1{,}2 \cdot 10^{-15} \, \text{eV cm}^2$$

$$\langle E_{kin} \rangle_{cl} \simeq T \cdot 8{,}6 \cdot 10^{-5} \, \text{eV/K}$$

$$\langle V \rangle \simeq \frac{\sqrt{n_s}}{K} 2{,}6 \cdot 10^{-7} \, \text{eV cm}$$

Rafeinda grind

kristöllun 2DEG

(Wigner 1932)

ef $T \to 0$

$$\Gamma = \frac{\langle V \rangle}{\langle E_{kin} \rangle} = \frac{\frac{e^2}{\kappa}\sqrt{\pi n_s}}{\frac{\pi n_s \hbar^2}{m^*}}$$

$\to$ Γ vex þegar n_s minnkar

þegar $\langle V \rangle \gg \langle E_{kin} \rangle$
geta rafeindirnar kristallast!

segulsvið getur hjálpað til eins
og sést síðar

leitin að kristöllum í segulsviði
leiddi til brot-skammta Hallhrifanna

Ástandsþéttleiki

2DEG

$$\frac{dn}{dE} = D(E) = 2 g_v \frac{1}{(2\pi)^2} 2\pi k \frac{dk}{dE}$$

spuni

dals margfeldni

þéttleiki punkta í 2 vídda
k-rúminu

ummál hrings í k-rúminu

Ef ekkert segulsvið $\underline{B = 0}$

$$E = E_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

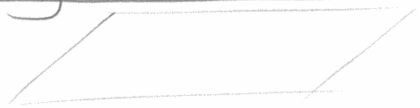
Fasti

$$\to \quad D(E) = \frac{g_v m}{\pi \hbar^2}, \quad E > E_0$$

$$= 0 \qquad E < E_0$$

$$k_F = (2\pi \bar{n}_s / g_v)^{1/2}$$

Skýling í 2D línuleg (Thomas Fermi)



Rafeindir í planinu $z=0$

$$\Rightarrow \rho(\bar{r}) = \rho(x,y)\,\delta(z) \quad \text{hleðsluþéttleiki}$$

$$\phi(\bar{r}) = \int d\bar{r}'\, \frac{\rho(x',y')\,\delta(z')}{\kappa|\bar{r}-\bar{r}'|}$$

framkvæma z heildið og kalla

$$V(\tilde{r}) = V(x,y) = -e\phi(x,y,0) = -e\phi(\tilde{x})$$

þá fæst

$$V(\tilde{r}) = -\frac{e}{\kappa}\int d\tilde{r}'\, \frac{\rho(\tilde{r}')}{|\tilde{r}-\tilde{r}'|}$$

Nota Fourier földunar regluna
þá fæst:

$$V(\tilde{k}) = -\frac{2\pi e}{\kappa|\tilde{k}|}\,\rho(\tilde{k})$$

földun segir:

$$F(x) = \int G(x-y)\,g(y)\,dy$$

þá sé

$$F(q) = 2\pi\, G(q)\, g(q)$$

Nú er hleðsluþéttleikinn:

$$\rho(\tilde{r}) = e\{\bar{n}_b + \delta n_{ext}(\tilde{r})\} - e n_s(\tilde{r})$$

jákvæður bakgrunnur   rafeindir

$\delta n_{ext}(\tilde{r})$ er einhver aukahleðsla $\oplus$
í kerfinu sem veldur mættinu:

$$V_{ext}(\tilde{k}) = -\frac{2\pi e^2}{\kappa|\tilde{k}|}\,\delta n_{ext}(\tilde{k})$$

breytist aðeins á löngum kvarða

$$|\bar{\nabla} V|\,\frac{1}{k_F} \ll \mu$$

efnamætti

Fermi vektor

(3)

þá má skrifa orkutvístrunina sem

$$E(\tilde{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V(\tilde{r})$$

og þess vegna

$$n_s(\tilde{r}) = \int dE \, D(E) \, f(E + V(\tilde{r}) - \mu)$$

ástandsþéttleikinn

<u>línuleg nálgun með tilliti til $V(r)$</u> !

nota

$$f(E+V-\mu) = f(E-\mu) + V \frac{\partial}{\partial E} f(E-\mu)$$
$$= f(E-\mu) - V \frac{\partial}{\partial \mu} f(E-\mu)$$

$$\rightarrow n_s(\tilde{r}) = \bar{n}_s - V(\tilde{r}) \frac{\partial \bar{n}_s}{\partial \mu}$$
$$= \bar{n}_s - V(\tilde{r}) D_T$$

varmafræðilegi ástandsþéttleikinn

(4)

Heildarmættið var

$$V(\tilde{k}) = -\frac{2\pi e}{\kappa |\tilde{k}|} \rho(\tilde{k})$$

og

$$\rho(\tilde{r}) = e\{\bar{n}_b + \delta n_{ext}(\tilde{r})\} - e n_s(\tilde{r})$$

sem nú má skrifa sem: $(\bar{n}_b = \bar{n}_s)$

$$\rho(\tilde{r}) = e\delta n_{ext}(\tilde{r}) + e V(\tilde{r}) D_T$$

og því

$$\boxed{V(\tilde{k}) = V_{ext}(\tilde{k}) - \frac{2\pi e^2}{\kappa |\tilde{k}|} D_T V(\tilde{k})}$$

$$V(k) = V_{ext}(\tilde{k}) \left\{ 1 + \frac{2\pi e^2}{\kappa |\tilde{k}|} D_T \right\}^{-1}$$
$$= V_{ext}(\tilde{k}) / \epsilon(\tilde{k})$$

$$\epsilon(\tilde{k}) = 1 + \frac{Q}{|\tilde{k}|}, \quad Q = \frac{2\pi e^2}{\kappa |\tilde{k}|} D_T$$

rafsvörunarstuðullinn við <u>$\omega = 0$</u>

(5)

Hvernig lítur skýlda mættið út fyrir púnkt hleðslu : $\boxed{V_{ext}(r) = -\frac{e^2}{\kappa r}}$

púnkthleðsla $\longrightarrow \delta n_{ext}(\tilde{k}) = 1$

$$\longrightarrow \quad V_{ext}(\tilde{k}) = -\frac{2\pi e^2}{\kappa|\tilde{k}|}$$

en ef púnkt hleðslan er fyrir utan 2D-kerfið þá er: $(z \neq 0)$

$$V_{ext}(\tilde{r}) = -\frac{e^2}{\kappa}\frac{1}{\sqrt{\tilde{r}^2 + z_0^2}}$$

finnum $V_{ext}(\tilde{k})$

$$V_{ext}(\tilde{k}) = -\frac{e^2}{\kappa}\int d\tilde{r}\,\frac{e^{-i\tilde{r}\cdot\tilde{k}}}{\sqrt{\tilde{r}^2 + z_0^2}}$$

$$= -\frac{e^2}{\kappa}\int r\,dr\,d\varphi\,\frac{e^{-irk\cos\varphi}}{\sqrt{r^2 + z_0^2}}$$

(6)

nota

$$J_0(kr) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{ikr\cos\varphi} \qquad \text{Bessel}$$

því fæst

$$V_{ext}(\tilde{k}) = -2\pi\frac{e^2}{\kappa}\int r\,dr\,\frac{J_0(rk)}{\sqrt{r^2 + z_0^2}}$$

$$= -2\pi\frac{e^2}{\kappa|\tilde{k}|}\,e^{-z_0|\tilde{k}|}$$

heildar mættið verður því

$$V(\tilde{k}) = V_{ext}(\tilde{k})/\epsilon(\tilde{k})$$

$$= -\frac{2\pi e^2}{\kappa|\tilde{k}|}\frac{1}{1 + \frac{Q}{|\tilde{k}|}}\,e^{-z_0|\tilde{k}|}$$

svo heildar mættið í r-rúmi er:

$$V(\tilde{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_0^{\infty} k\,dk\int_0^{2\pi} d\varphi\,\frac{e^{ikr\cos\varphi}}{k + Q}\left(-\frac{2\pi e^2}{\kappa}\right)e^{-z_0 k}$$

$k = |\tilde{k}|$

ef $Q=0$ þá fæst auðvitað aftur

til baka $V(r) = -\frac{e}{k}\frac{1}{\sqrt{r^2+z_0^2}}$

því þá væri engin skýling.

Athugum þegar $Q \neq 0$ og $d \neq 0$

φ-heildið leysist eins og áður:

$$\rightarrow V(r) = -\frac{e^2}{k}\int_0^\infty kdk\,\frac{j_0(kr)}{k+Q}\,e^{-z_0k}$$

við athugum $V(r)$ fyrir mjög stórt r og Q

$$k\frac{j_0(kr)}{k+Q}e^{-z_0k} \longrightarrow \frac{k}{Q}\,j_0(kr)e^{-z_0k}\left\{1-\frac{k}{Q}\cdots\right.$$

$$\rightarrow V(r) \simeq -\frac{e^2}{kQ}\int_0^\infty kdk\,j_0(kr)\,e^{-z_0k}\left\{1-\frac{k}{Q}\right\}$$

$$V(r) \simeq -\frac{e^2}{kQ}\left\{\frac{1}{r^2+z_0^2}\frac{z_0}{\sqrt{z_0^2+r^2}} - \frac{1}{Q}\frac{2}{(r^2+z_0^2)^{3/2}}\left(\frac{3}{2}\frac{z_0^2}{z_0^2+r^2}-\frac{1}{2}\right)\right\}$$

$$\simeq -\frac{e^2}{kQ}\frac{1}{(r^2+z_0^2)^{3/2}}\left(z_0+\frac{1}{Q}\right)$$

$$\simeq -\frac{e^2}{kr^3Q^2}\frac{1}{\left(1+\frac{z_0^2}{r^2}\right)^{3/2}}\left(z_0Q+1\right)$$

ef $r \gg z_0$ þá fæst

$$V(r) \simeq -\frac{e^2}{kr^3Q^2}(z_0Q+1) \qquad \boxed{2D}$$

Í 3D fengist

$$V(r) \simeq -\frac{e^2}{kr}e^{-Q_{3D}r} \qquad \boxed{3D}$$

Skýlingin er því miklu virkari í 3D heldur en í 2D

↑ þegar $\underline{\underline{B=0}}$

Athugasemdir

* Nálgunin sem notuð var í heildinu leyfir ekki $Z_0 \to 0$ þó að útkoman virðist leyfa það.

* Th-nálgunin gildir aðeins fyrir

$$rQ \gg 1$$

* $\epsilon(k)$ reiknað hér gildir aðeins fyrir $k \ll k_F$
(þar sem við notuðum línulega nálgun og sögðum að $V(r)$ breytist aðeins á mjög löngum skala → Langbylgjunálgun)

Heildið er samt reiknað á bilinu $[0, \infty)$

Ef rétta formið er notað fyrir $\epsilon(k)$ sem gildir fyrir öll k fæst

$$V(r) \sim -A(z_0)\frac{\sin 2k_F r}{(2k_F r)^2}$$

Friedel sveiflur

$\underline{\underline{T=0}}$

svo skýlingin er jafnvel verri en búist var við.

Hér er einnig ekki tekið tillit til mögulegs bundins ástands ýtramættisins sérstaklega fyrir $Z_0 \to 0$

↓

Athugum síðar ólínulega skýlingu í segulsviði

↑

þar er Q ekki lengur fasti

Í 3D fæst ef rétt er reiknað

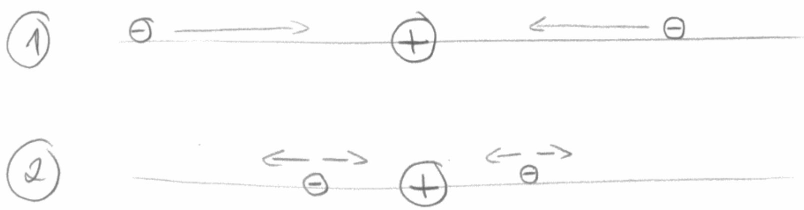
$$V(r) \sim \ldots \frac{\sin(2k_F r)}{(2k_F r)^3}$$

$\underline{\underline{T=0}}$

Tíðniháð skýling

plasma sveiflur

Ef + punkt hleðslu væri allt í einu komið fyrir í 2DEG



þá koma rafeindir til að skýla hleðslunni, þær fara yfir jafnvægis stöðu sína, vegna skriðþungans sem þær öðluðust

⟶ þær sveiflast um jafnvægisstöðuna

Lítum á þessar sveiflur í 3D og 2D til samanburðar, fyrst samkvæmt klassískum útreikningum.

Coulomb víxlverkun í 2D og 3D

Rafsviðið er alltaf í 3D, því er rafmætti jákvæðrar punkt hleðslu:

$$\phi(r) = \frac{e}{\kappa r} \qquad \text{(c.g.s.)}$$

og við höfðum séð að 2D-Fourier ummyndið er

$$\phi^{2D}(q) = 2\pi \frac{e}{\kappa q}$$

Hvernig er 3D ummyndið:

tryggja samleitni

$$\phi^{3D}(q) = \frac{e}{\kappa}\int_0^\infty r^2 dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^{1} du \, \frac{e^{-iqru-\mu r}}{r}$$

$$= 4\pi \frac{e}{\kappa q}\int_0^\infty dr \, \sin(qr)\, e^{-\mu r}$$

$$= \frac{4\pi e}{\kappa} \frac{1}{q^2+\mu^2}, \quad \phi^{3D}(q) \xrightarrow[\mu\to 0]{} \frac{4\pi e}{\kappa q^2}$$

Klassískar plasmasveiflur

3D

$$\bar{n}_s = \bar{n}_b$$

rafeinda kerfið örlítið truflað:

$$n_s(\vec{x}t) = \bar{n}_s + \delta n_s(\vec{x}t)$$

hleðsluójafnvægið leiðir til rafmættis
$\longrightarrow$ rafkraftar

Hreyfingarjafna lítils rúmmáls má nálga með
nálga línulega ($i\ n_\delta\ \vec{v}$)

$$m\frac{d}{dt}(n\vec{v}) = m\left\{\frac{\partial}{\partial t}(n\vec{v}) + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})(n\vec{v})\right\}$$

$$= +e\bar{n}\vec{\nabla}\phi$$

$$\longrightarrow \quad m\bar{n}\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} \simeq +e\bar{n}\vec{\nabla}\phi$$

samfelldnijafnan

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(n\vec{v}) \simeq \frac{\partial\delta n}{\partial t} + \bar{n}\,\vec{\nabla}\cdot\vec{v} = 0$$

því fæst: (diffra samfelldnijöfnuna)

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\delta n_s(\vec{x}t) = -\bar{n}_s\frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla}\cdot\vec{v}(\vec{x}t)$$

nota hreyfijöfnuna

$$-\bar{n}_s\frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla}\cdot\vec{v}(\vec{x}t) = -\frac{e\bar{n}_s}{m}\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\phi$$

Fourier ummyndun:

$$-\omega^2\delta n_s(\vec{q}\omega) = \frac{e\bar{n}_s}{m}q^2\phi(\vec{q},\omega)$$

$$\phi(\vec{q}\omega) = -\frac{4\pi e}{\kappa q^2}\delta n_s(\vec{q}\omega) \qquad \text{mættið frá rafeindunum}$$

$$\longrightarrow \quad \left\{\omega^2 - \frac{4\pi\bar{n}_s e^2}{\kappa m}\right\}\delta\bar{n}_s(\vec{q}\omega) = 0$$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{\omega^2 = \frac{4\pi\bar{n}_s e^2}{\kappa m}} \qquad \text{tvístrunarsamband}$$

2D

tvívídd

$$n_s(\bar{x}t) = n_s(\tilde{x}t)\,\delta(z)$$

$$n_s(\tilde{x}t) = \bar{n}_s + \delta n_s(\tilde{x}t)$$

nota tvívíðar hreyfi og samfelldnijöfnu

$$\longrightarrow \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2}\delta n_s(\tilde{x}t) = -\frac{e\bar{n}_s}{m}\tilde{\nabla}\cdot\tilde{\nabla}\phi(\tilde{x}t)$$

Fourier ummyndun:

$$-\omega^2\delta n_s(\tilde{q}\omega) = \frac{e\bar{n}_s}{m}q^2\phi(\tilde{q},\omega)$$

$$\phi(\tilde{q}\omega) = -2\pi\frac{e}{\kappa q}\delta n_s(\tilde{q}\omega)$$

$$\longrightarrow \quad \left\{\omega^2 - \frac{2\pi\bar{n}_s e^2}{\kappa m}q\right\}\delta n_s(\tilde{q}\omega) = 0$$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{\omega^2 = \frac{2\pi\bar{n}_s e^2}{\kappa m}q}$$

Í margliðuskammtafræði er eftirfarandi aðferð beitt

Við höfðum séð að ytramætti veldur eftirfarandi heildarmætti í rafeinda-kerfi

$$V(q\omega) = V_{ext}(q\omega)/\epsilon(q\omega)$$

þar sem $\epsilon(q\omega)$ er tíðni og bylgjuvektors háði rafsvörunarstuðull kerfisins

Ef $\epsilon(q,\omega) \longrightarrow 0$ fyrir einhver $q\omega$ gildi, þá hefur lítil ytri truflun mikil áhrif á rafeindakerfið

$\longrightarrow$ kerfið kemst í resónans ástand við ytri truflunina

þá geta einmitt plasmabylgjur borist um kerfið án þess að dofna hvernig er $\epsilon(q\omega)$ reiknað?

Rafsvörunarfallið $\epsilon(q\omega)$ er tengt pólunarfalli rafeindanna $\Pi(q\omega)$:

$$\epsilon(q\omega) = \frac{1}{1 + V_0(q)\Pi^R(q\omega)}$$

þar sem $V_0(q)$ er óskýlda víxlverkun rafeindanna

$$2D \quad : \quad V_0(q) = 2\pi \frac{e^2}{q}$$

$$3D \quad : \quad V_0(q) = 4\pi \frac{e^2}{q^2}$$

og pólunin er reiknuð sem:

$$\Pi^R(r-r', t-t') = \langle [\tilde{n}_s(rt), \tilde{n}_s(r't')] \rangle \theta(t-t')$$

$$\uparrow$$

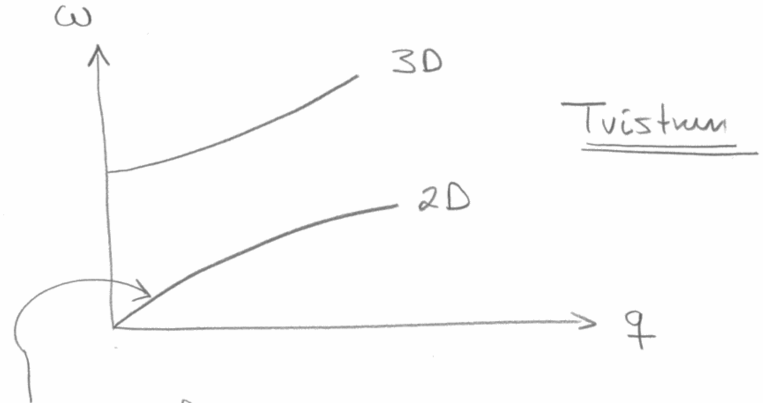
sem reiknast eftir aðferðum skammtafræði margra einda

Þá finnst að

$$\omega_p^2 \simeq \frac{2\pi \bar{n}_s e^2}{mK} q + \frac{3v_F^2}{4} q^2$$

borið saman við 3D

$$\omega_p^2 \simeq \frac{4\pi \bar{n}_s e^2}{mK} + \frac{3v_F^2}{5} q^2$$



hefur verið mælt

(Grimes og Adams Phys. Rev. Lett 36 145 (1976)) þessar bylgjur eru dæmi um langbylgjur vegna Coulomb víxlverkunarinnar

Segulvíxlverkun rafeinda (rafstraumar hafa segulverkun á milli sín) veldur þver-bylgjunni.

3D: $$\omega_p^2 = \frac{4\pi \bar{n}_s e^2}{mk} + \frac{v_F^2}{5} q^2 + c^2 q^2 + \dots$$

„þykkt kerfis"

2D: $$\omega_p^2 = \frac{\pi e^2 \bar{n}_s}{mk}\frac{1}{d} + c^2 q^2 + \frac{v_F^2}{4} q^2 + \dots$$

↑

þver plasmónur eða tvístrunar-samband ljóseinda í efni

> málmar verða gegnsæir í útfjólubláu ljósi

2DEG í segulsviði

Einsleitt segulsvið í z-átt $\bar{B} = B\hat{z}$

Segulsviðið er hægt að leiða frá vektorsviði $\bar{A}$

Hamilton virkinn í 2D er þá

$$H = \frac{\hbar^2}{2m}\left(-i\tilde{\nabla} + \frac{e}{c\hbar}\tilde{A}(\tilde{x})\right)^2$$

fyrir frjálsar eindir í segulsviði.

Til eru mismunandi kvarðar fyrir $\bar{A}$ misheppilegir fyrir ólík hnita kerfi

> Mælistærðir eru óháðar kvörðum

Lítum á tvo kvarða, sem leiða til einfaldra lausna Schrödinger jöfnunnar í pól og ferningshnitum, til þess að skilja eðli orkurófsins betur.

$$\bar{B} = \bar{\nabla}\times\bar{A}$$

„Landau"-kvarði

$$\tilde{A}(\tilde{x}) = (-By, 0, 0)$$

$$\longrightarrow \quad H = -\frac{\hbar^2}{2m}\left\{ \tilde{\nabla}^2 - \frac{2i}{\ell^2} y \partial_x - \frac{y^2}{\ell^4} \right\}$$

þar sem segullengdin ℓ er eðlilegur lengdarstaði

$$\ell^2 = \frac{c\hbar}{eB}$$

giska á lausn

$$\psi_{kn}(\tilde{x}) = \frac{1}{\sqrt{L_x}} e^{ikx} \phi_{nk}(y)$$

lotubundið svæði í x átt

$$\psi(0,y) = \psi(L_x, y) \quad \longrightarrow \quad k = \frac{2\pi}{L_x} p$$

$$p \in \mathbb{Z}$$

$\longrightarrow$ Schrödinger jafnan

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m}\partial_y^2 + \frac{1}{2} m\omega_c^2 (y - k\ell^2)^2 \right\} \phi_{nk}(y) = E_{nk}\phi_{nk}(y)$$

$\longrightarrow$ náttúruleg tíðni $\quad \omega_c = \frac{eB}{mc}$

$\longrightarrow$ náttúrulegur orkustaði $\quad \hbar\omega_c$

Ef svæðið er óendanlegt í y-átt

þá fæst einfaldlega (samanborið við einfaldann línulegann sveifil):

$$\psi_{nk}(\tilde{x}) = \frac{1}{\sqrt{L_x}} \left(\frac{1}{\pi\ell^2}\right)^{1/4} \left(\frac{1}{n!\,2^n}\right)^{1/2} e^{ikx} e^{-\frac{1}{2\ell^2}(y-k\ell^2)^2} H_n\left(\frac{y-k\ell^2}{\ell}\right)$$

Hermite fleiðiða

$$E_{nk} = \hbar\omega_c (n + 1/2)$$

hér má auðvitað nota líka

$$L_x \to \infty$$

og δ-norma x hlutann $\quad y_0 = +k\ell^2$

$$\longrightarrow \quad \psi_{ny_0}(\tilde{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{\pi\ell^2}\right)^{1/4} \left(\frac{1}{n!\,2^n}\right) \exp\left\{ i\frac{y_0 x}{\ell^2} - \frac{1}{2}\left(\frac{y-y_0}{\ell}\right)^2 \right\} H_n\left(\frac{y-y_0}{\ell}\right)$$

y_0: miðjuhnit (bera saman við klassíska lausn)

<u>Sundurlaus landau-stig</u> n $\qquad n = 0, 1, 2 \ldots$

Orkan óháð miðjuhnitinu $\qquad y_0 \in \mathbb{R}$

Hringkvarði

$$\vec{A} = \left(-\tfrac{1}{2} B y \,,\, \tfrac{1}{2} B x\right)$$

$$H = \frac{\hbar^2}{2m}\left\{\left(-i\partial_x - \frac{y}{2\ell^2}\right)^2 + \left(-i\partial_y + \frac{x}{2\ell^2}\right)^2\right\}$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m}\left\{\tilde{\nabla}^2 + \frac{i}{\ell^2}\partial_\varphi\right\} + \frac{m\omega_c^2}{8} r^2$$

Lausnin er

$$\psi(r) = \left\{\frac{n_r!}{\pi(|M|+n_r)!\,(2\ell^2)^{|M|+1}}\right\}^{1/2} r^{|M|} e^{-\frac{r^2}{4\ell^2}} L_{n_r}^{|M|}\left(\frac{r^2}{2\ell^2}\right) e^{iM\varphi}$$

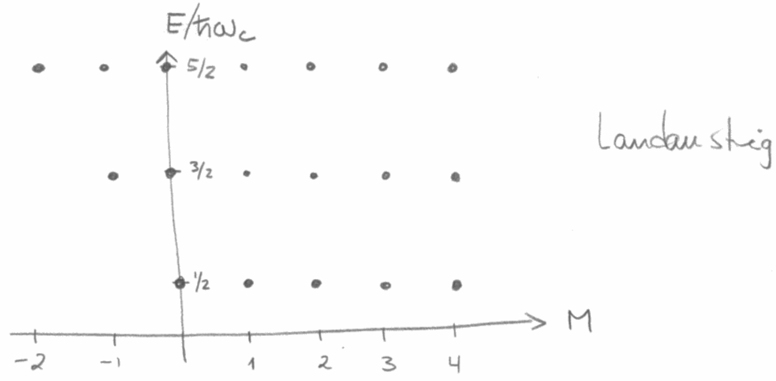
$$E_{nM} = \hbar\omega_c\left(n + 1/2\right)$$

þ.s. $\quad n = \dfrac{|M| - M}{2} + n_r \qquad n_r = 0, 1, 2 \ldots$

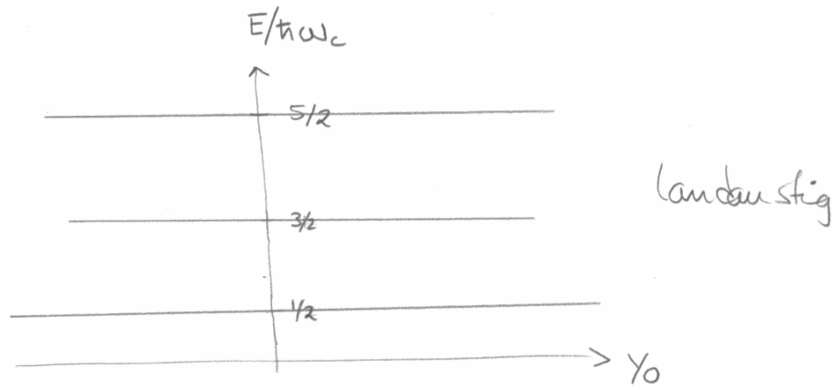
n	M	n_r	möguleg gildi
0	0, 1, 2, ...	0	
1	−1 0, 1, 2, ...	0 1	
2	−2 −1 0, 1, 2, ...	0 1 2	

Orkuróf

hringkvarði



Landau kvarði



Hreyfingin í x-y planinu er því ekki frjáls lengur eins og þegar $B=0$, heldur en hún núna skömmtuð $\rightarrow$ sundurlaus orkustig

Segulsviðið veldur x^2 mætti:

Setni og ástandsþéttleiki

hvernig er margfeldni L.s. háttað

Byrjum með endanlegt kerfi

Hversu mörg ástönd eru á flatareiningu fyrir hvert L.s. n_0

E_{nk} er hér flötuð fall af bæði n og k

$$\frac{1}{L_xL_y}\sum_k 1 = n_0$$

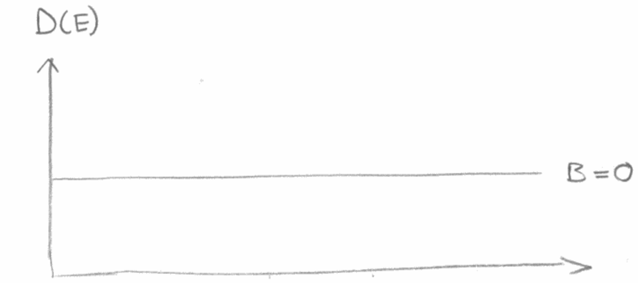
Setja $L_xL_y \to \infty$ þá fæst:

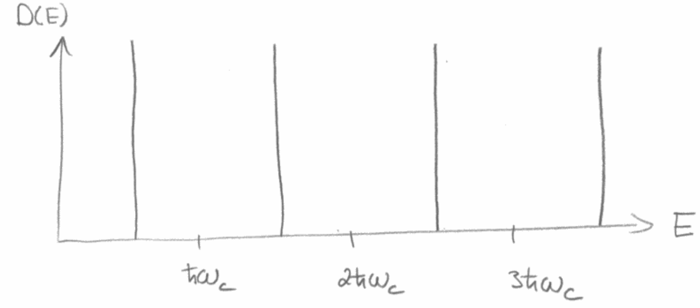
$$n_0 = \frac{1}{L_xL_y}\sum_k \longrightarrow \frac{1}{2\pi L_y}\int_{-\infty}^{\infty} dk = \frac{1}{2\pi l^2 L_y}\int dy_0$$

$$\longrightarrow \quad n_0 = \frac{1}{2\pi l^2}$$

og ástandsþéttleikinn er

$$\boxed{D(E) = \frac{1}{2\pi l^2}\sum_n \delta(E_n - E)}$$





Þegar $B \to 0$ færast topparnir saman og mynda samfellu

$$n_s = \int dE\, D(E)\, f(E-\mu) \qquad \text{rafeindaþéttleiki}$$

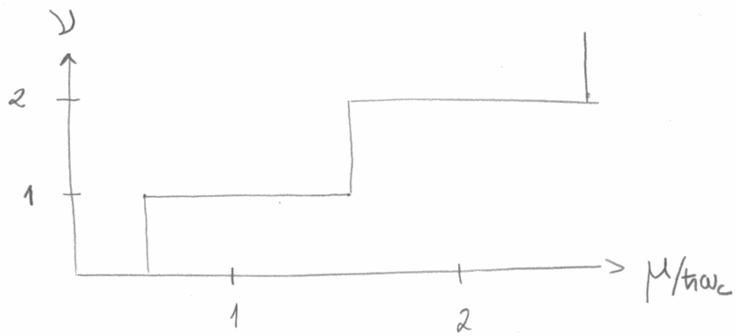
Skilgreinum „setni" ν

$$\nu = \frac{n_s}{n_0} = 2\pi l^2 n_s \qquad \nu \in \mathbb{R}$$

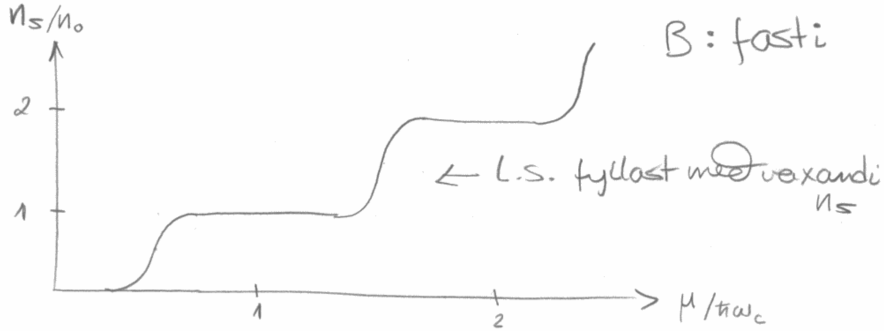
Segir til um hve mörg L.s. eru setin eða hvar efnamættið μ liggur

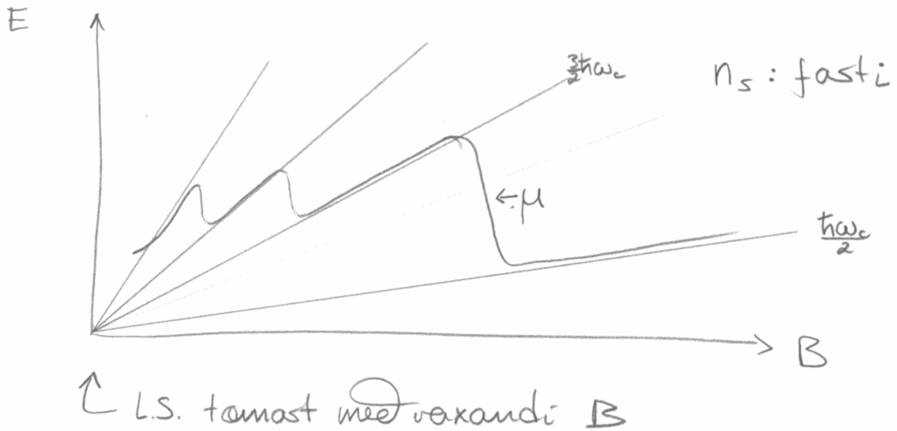
Ef $T \to 0$ þ.a. $f(E-\mu) \to \theta(\mu - E)$

þā fast:



$\boxed{\nu \text{ má breyta með } n_s \text{ eða } B}$





Rafeinda víxlverkun

í Hartree nálgun

$$H = H_0 + V = \frac{\hbar^2}{2m}\left(-i\tilde{\nabla} + \frac{e}{c\hbar}\tilde{A}(\tilde{x})\right)^2 + V(\tilde{x})$$

$$H_0\, \phi_{nM}(\tilde{r}) = E_n\, \phi_{nM}(\tilde{r})$$

$$V(r) = -\frac{e}{\kappa}\int d\tilde{r}'\, \frac{n_s(r') - n_b(r')}{|\tilde{r}' - \tilde{r}|}$$

$$n_s(r) = \sum_{n,M} |\phi_{n,M}(r)|^2 f(E_{n,M} - \mu)$$

↑
Ólínulegar jöfnur V er fall af ϕ

μ: t.d. valið þannig að $\bar{n}_s = $ fasti

Ítrunarlausn

velja byrjunar $\phi \to V$

$\alpha = n, M$

leysa síðan

$$(H_0 + V)\Psi_\alpha = \varepsilon_\alpha \Psi_\alpha$$

getum notað

$$H_0 \phi_\beta = E_\beta \phi_\beta$$

og fullkomið mengi lausna

$$\longrightarrow \Psi_\alpha = \sum_\beta C_{\alpha\beta} \phi_\beta$$

reyna:

$$(H_0 + V)\Psi_\alpha = \mathcal{E}_\alpha \Psi_\alpha$$

$$\longrightarrow \sum_\beta C_{\alpha\beta} \{ E_\beta + V - \mathcal{E}_\alpha \} \phi_\beta = 0$$

margfalda með $\phi_{\alpha'}$ og heilda:

$$\sum_\beta \{ V_{\alpha'\beta} + \delta_{\alpha'\beta} E_\beta \} C_{\beta\alpha} = \mathcal{E}_\alpha C_{\alpha\alpha'}$$

leysa sem eigingildisjöfnu til að finna

$$C_{\beta\alpha} \quad \text{og} \quad \mathcal{E}_\alpha$$

$$\longrightarrow \boxed{\Psi_\alpha \text{ og } \mathcal{E}_\alpha}$$

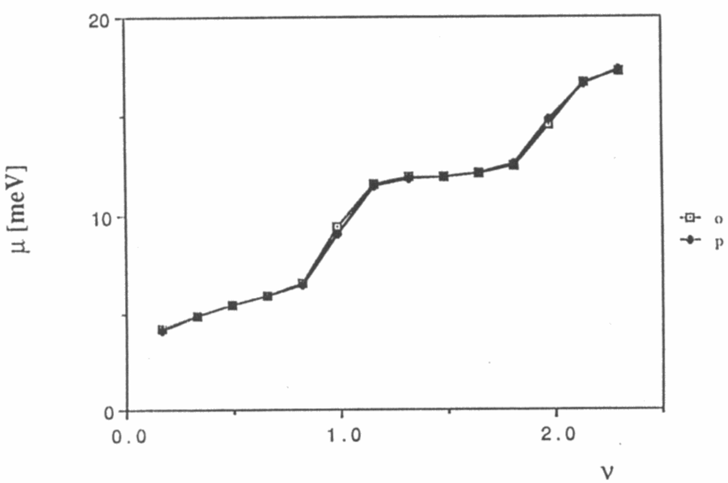
Til þess að finna $V(\vec{r})$ verður að leysa heildi með sérstöðupunktum

{í 2D ef n_s er fasti í eina hnitaáttina verða einungis um heildi yfir $x^n \ln| a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} \cdots + a_0 |$ sem ráða má við}

Nú má bæta við ytra mætti og athuga skýlingu þess, sem fall af ν

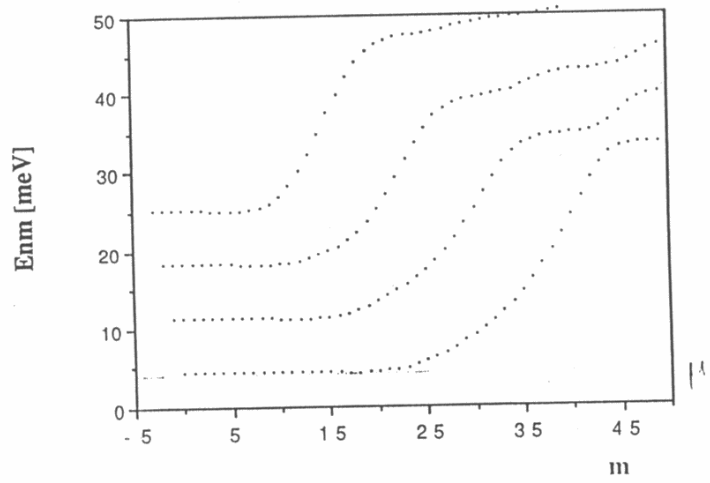
Lítum á rafeindir á skífu með jafnri bakgrunns + hleðslu og hugsanlegri einni Coulomb miðju á skífunni

Data from "mux" Efnamættið



Orkuróf

Data from "E.D050"

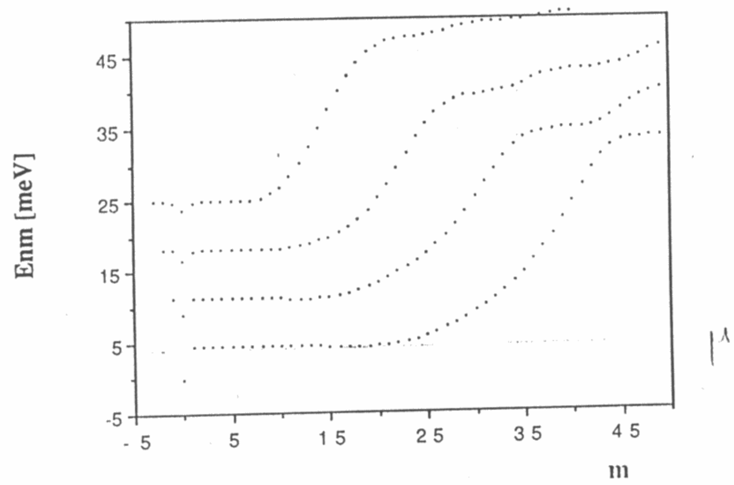


T = 0

án Coulomb miðju

$\nu = 0{,}16$

Data from "E.D05PN"



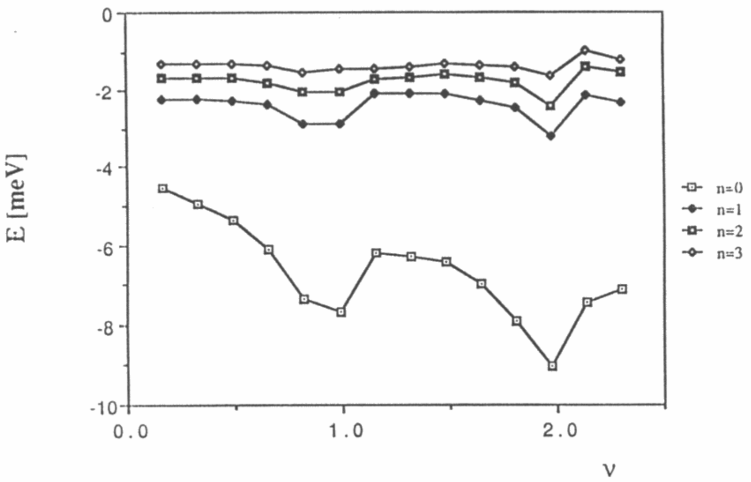
með miðju

T

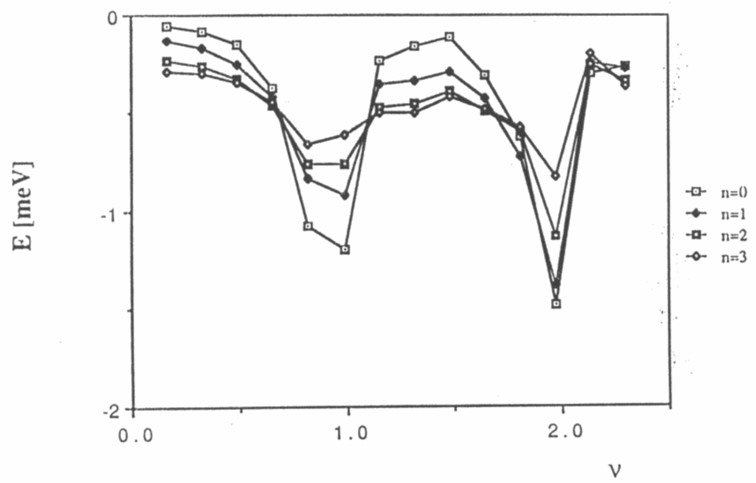
(14)

Orkurófi punktanna m=0
fyrir mismunandi ν

m=0



m=1

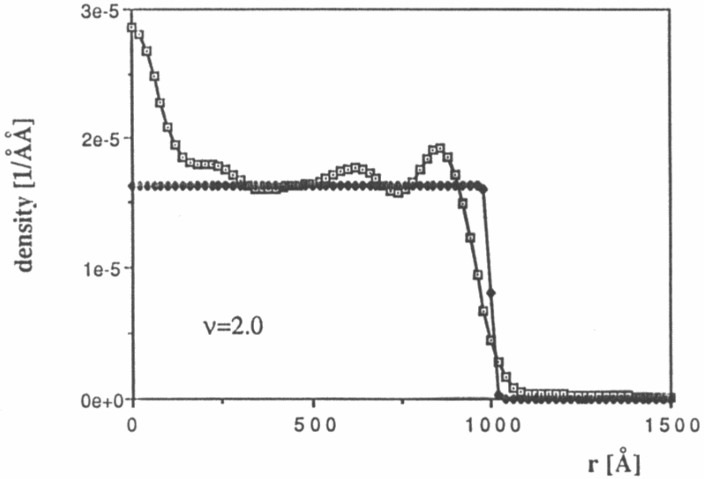


T=1

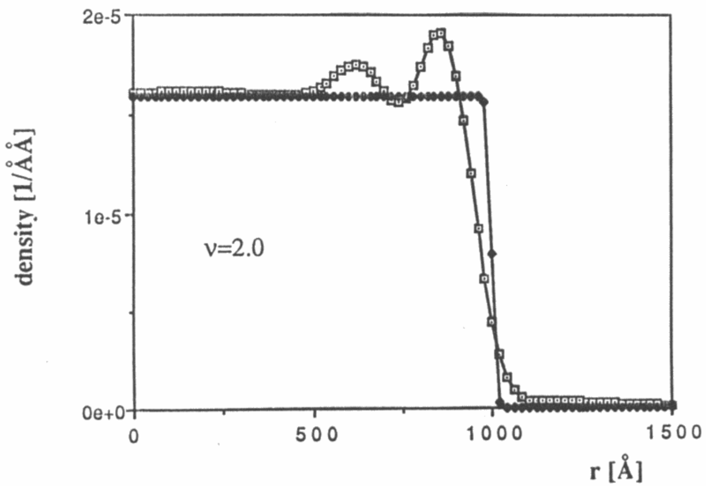
(15)

rafeinda þéttleikinn

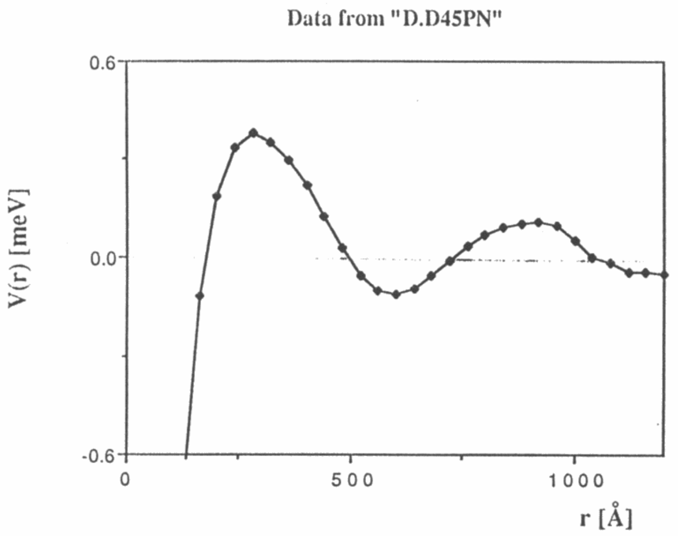
Data from "D.DB20P"



Data from "D.DB200"

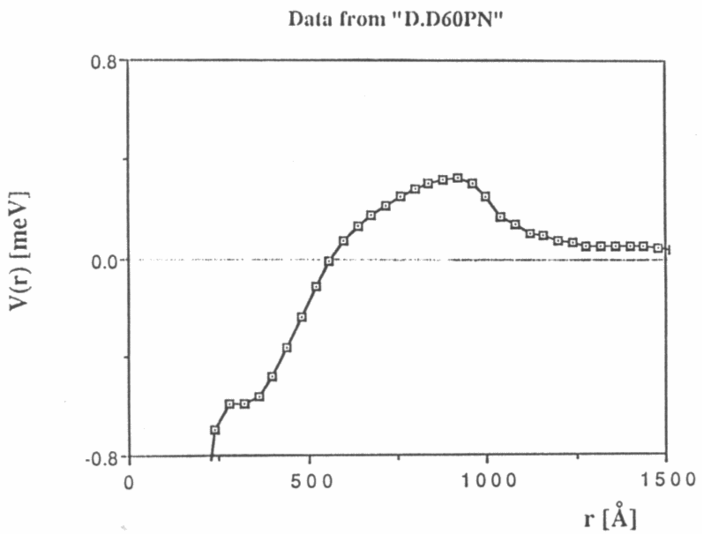


Skýlda Coulombmottið



$\nu = 1,48$

$T = 1$

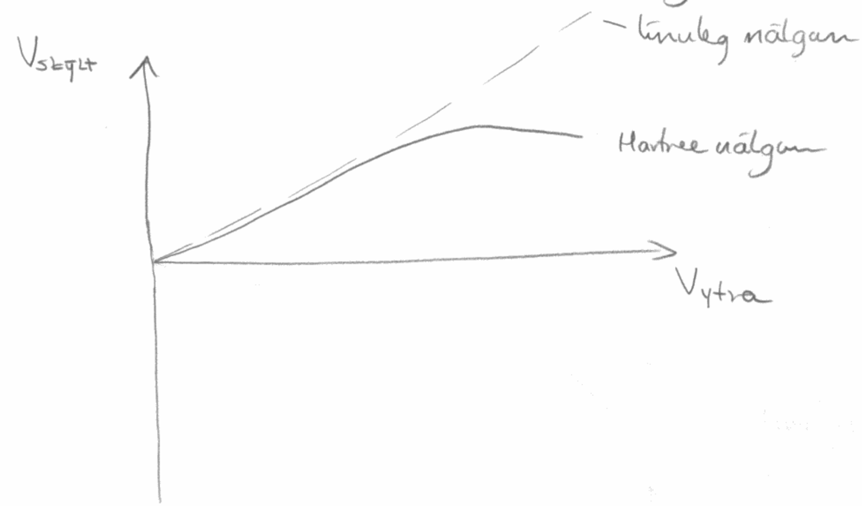


$\nu = 1,97$

Hversvegna 'ólínuleg skýling?

* Skýltmotti getur haft aðra lotu heldur en ytramotti þ.a.l. aðra samhvertu

* Styrkleiki skýldsmottis og ytra mottis fylgist ekki línulega að



* skýling við ν = heiltala, har sum línuleg skýling hvørvur

leiðni

rafeinda kerfi getur leitt ef það er sett í ytra rafsvið, athugum því línulega svörun kerfisins við ytri truflunum:

Línuleg svörun (linear response)

Kveikja óvermið á truflun $H'(t) = H'(t)e^{\eta t}$, $\eta \to 0^+$

Safn margra einda svo nota verður ástands virkjann: (Schrödinger mynd)

tíma óháð

$$i\hbar \partial_t \rho = [H_0 + H'(t), \rho]$$

efnamætti

$$\rho_0 = \exp\{-\beta(H - \mu N)\}/Z$$

tala einda

$$Z = \mathrm{Tr}\exp\{-\beta(H-\mu N)\}$$

$$\mathrm{Tr}\rho_0 = 1$$

Skilgreina S og τ þ.a.

$$\rho(t) = S^+(t)\tau(t)S(t)$$

með

$$S(t) = \exp(iH_0t/\hbar)$$

þ.a.

$$-i\hbar\partial_t S(t) = HS$$

$$\rightarrow \quad i\hbar\partial_t S^+(t) = S^+H$$

þá fæst:

$$\partial_t\rho = \partial_t S^+\tau S \qquad S^+S = 1$$

$$= (\partial_t S^+)\tau S + S^+\tau\partial_t S + S^+(\partial_t\tau)S$$

$$= -\frac{i}{\hbar}S^+[H_0,\tau]S + S^+(\partial_t\tau)S$$

$$\rightarrow \partial_t\rho = -\frac{i}{\hbar}[H_0 + H'(t), \rho] = -\frac{i}{\hbar}S^+[H_0,\tau]S + S^+(\partial_t\tau)S$$

margfalda með $S \ldots S^+$ þá fæst:

$$-\frac{i}{\hbar}S[H_0 + H'(t), \overbrace{\rho}^{= S^+\tau S}]S^+ = -\frac{i}{\hbar}[H_0,\tau] + \partial_t\tau$$

$$\rightarrow \quad i\hbar\partial_t\tau = [\hat{H}'(t), \tau]$$

þ.s.

$$\hat{H}'(t) = SH'(t)S^+$$

$$\sigma(t=-\infty) = S(-\infty)\,\rho(-\infty)\,S^+(-\infty) = \rho_0$$

því fæst til fyrsta stigs í $\hat{H}'(t)$ (annars væri $\sigma(t)$ í)

$$\sigma(t) = \rho_0 - \frac{i}{\hbar}\int_{-\infty}^{t} [\hat{H}'(t'), \rho_0]\, dt'$$

$$\to \rho(t) = \rho_0 - \frac{i}{\hbar} S^+(t)\int_{-\infty}^{t} [\hat{H}'(t'), \rho_0]\, dt'$$

því þróast einhver mælistærð A fyrir heildarkerfið sem:

$$\langle M\rangle = \mathrm{tr}\,\rho(t)\,M$$

$$= \mathrm{tr}\,\rho_0 M - \frac{i}{\hbar}\,\mathrm{tr}\left\{M S^+(t)\int_{-\infty}^{t}[\hat{H}'(t'), \rho_0]\, dt'\, S(t)\right\}$$

nota eiginleika tr:

$$\mathrm{tr}\{ABC\} = \mathrm{tr}\{CAB\}$$

og $[A, B] = AB - BA$

þá fæst:

$$\boxed{\delta\langle M\rangle = \mathrm{tr}\,\rho(t)\,M - \mathrm{tr}\,\rho_0 M = -\frac{i}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{tr}\left\{\rho_0[\hat{H}'(t'), \hat{M}(t)]\right\}\theta(t-t')\,dt'}$$

línuleg svörun   jafna Kubos (1957)

Ytra rafsvið $\bar{E}(t)$ veldur leiðni

$$\bar{E}(t) = -\frac{1}{c}\partial_t \bar{A}(t)$$

engar ytri hleðslur
Coulomb kvarði

víxlverkun straums og ytrasviðs:

$$\hat{H}'(t) = \frac{1}{c}\int d\bar{x}\; \bar{A}(\bar{x}, t)\cdot j(\bar{x})$$

$$J(\bar{x}t) = -\frac{e\hbar}{2mi}\left\{\psi^+\bar{\nabla}\psi - (\bar{\nabla}\psi^+)\psi\right\} - \frac{e^2}{mc}\bar{A}\psi^+\psi$$

$$= j(\bar{x}) - \frac{e^2}{mc}\bar{A}\psi^+\psi$$

því fæst:

$$x_i y_i = \sum_{i=1}^{3} x_i y_i$$

$$\langle J_k(\bar{x}t)\rangle = -\frac{e^2}{mc} n_s \bar{A}_k(\bar{x}t) + \frac{i}{\hbar c}\int_{-\infty}^{\infty} d\bar{x}'dt'\, tr\left[\rho_0 \left[j_k(\bar{x}'t'), j_l(\bar{x}t)\right]\right\} A_l(\bar{x}'t') \cdot \theta(t-t')$$

skrifað sem:

$$\langle J_k(\bar{x}t)\rangle = -\frac{e^2}{mc} n_s A_k(\bar{x}t) + \frac{i}{\hbar c}\int_{-\infty}^{\infty} d\bar{x}'dt'\, D^R_{kl}(\bar{x}t, \bar{x}'t')\, A_l(\bar{x}'t')$$

fyrir einsleitt rafeindakerfi fæst: $D(x-x')$

$$\langle J_k(\bar{q}\omega)\rangle = \sigma_{kl}(\bar{q}\omega)\, E_l(q\omega)$$

þar sem.

$$\boxed{\sigma_{kl}(q\omega) = \frac{i}{\hbar}\,\frac{D^R_{kl}(\bar{q}\omega)}{\omega} - \frac{ie^2}{m\omega} n_s}$$

leiðnina er sem sé hægt að finna útfrá fylgnifalli straumana D_{kl}, sem reiknað er fyrir straumana áður en kveikt er á ytra rafsviðinu

þegar kveikt er á ytra rafsviðinu, er kerfinu hrint úr jafnvægi yfir í eitthvert stöðugt ójafnvægisástand

Allar upplýsingar um áreksta möguleika rafeindanna við hleðsleindir eða veilur var að finna í H_0 og því einnig $D_{kl}(q\omega)$

vandi leiðni reikninga liggur því nú í því að reikna $D_{kl}(q\omega)$

2D $B=0$

Ef nú leiðnin er reiknuð fyrir 2D kerfi með stærð l og síðan athugað hvað verður um leiðnina þegar l stækkar sést að leiðnin fylgir ekki lögmáli Ohms þegar kerfið er stækkað

$$\sigma_{d.c.}(L) = \sigma_0 - \frac{e^2}{\hbar \pi^2} \ln\left(\frac{L}{l}\right)$$

þar sem L er hin nýja stærð kerfisins þess vegna hættir kerfið að leiða ef það verður nógu stórt! (localization)

Í tvívíðum kerfum án segulsviðs veldur hvað lítil mættistruflun sem er að öll bylgjuföll rafeindanna verða staðbundin

$$|\psi(r)| \sim \exp(|r-r_0|/\xi)$$

lengdarskali staðbundinna rafeinda

Skala kenningar Andersons og fleiri

2D $B \neq 0$

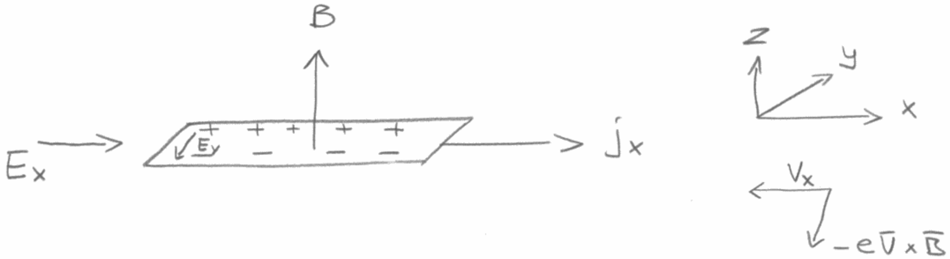
Ef 2D kerfi eru sett í segulsvið gildir fyrir vægt segulsvið að leiðnin eykst með hækkandi segulsviði (weak localization)

↑

Segulsviðið ruglar fasafylgni rafeindanna sem var nauðsynlegar til að halda þeim staðbundnum

Hvað gerist í sterku segulsviði ?

Athugum fyrst leiðni tensorinn í 2D. Klassísku Hall hrifin.



hreyfijafna:

$$d_t \bar{p} = -e\left(\bar{E} + \frac{\bar{p}}{mc}\times\bar{B}\right) - \frac{\bar{p}(t)}{\tau}$$

viðnámsliður

viðnámstíðurinn nauðsynlegur til að kerfið komist í stöðugt ástand!

$$\dot{p} = 0 \qquad\qquad \omega_c = \frac{eB}{mc}$$

$$\Longrightarrow \quad 0 = -eE_x - \omega_c p_y - \frac{p_x}{\tau}$$

$$0 = -eE_y + \omega_c p_x - \frac{p_y}{\tau}$$

Skilgreina straum:

$$J = -ne\overline{v} \qquad\qquad \sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$$

$$\sigma_0 E_x = \omega_c \tau j_y + j_x$$

$$\sigma_0 E_y = -\omega_c \tau j_x + j_y$$

ef skilgreint er

$$E_l = \rho_{lk} j_k \quad \text{og} \quad j_l = \sigma_{lk} E_k$$

$$\underset{\text{viðnám}}{\uparrow} \qquad\qquad\qquad \underset{\text{leiðni}}{\uparrow}$$

þá fæst

$$\overline{\rho} = \frac{1}{\sigma_0}\begin{pmatrix} 1 & \omega_c\tau \\ -\omega_c\tau & 1 \end{pmatrix} \qquad \overline{\sigma} = \frac{\sigma_0}{1+\omega_c^2\tau^2}\begin{pmatrix} 1 & -\omega_c\tau \\ \omega_c\tau & 1 \end{pmatrix}$$

þ.e

$$\sigma_{xy} = -\frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \qquad \sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}$$

Hvað er því mælt?

Á Hall borðanum er $j_y = 0$ því fæst:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= \rho_{xx} j_x + \rho_{xy} j_y \\ E_y &= \rho_{yy} j_y + \rho_{yx} j_x \end{aligned}\right\} \longrightarrow \quad \begin{aligned} E_x &= \rho_{xx} j_x \\ E_y &= \rho_{yx} j_x \end{aligned}$$

$$j_x = \sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y$$

$$j_y = \sigma_{yy} E_y + \sigma_{yx} E_x = 0$$

Samanborið við heyti jöfnunnar á bls. 9 fæst því

$$\boxed{\rho_{yx} = \frac{B}{nec}} = \frac{E_y}{j_x}$$

og

$$\boxed{\rho_{xx} = \frac{1}{\sigma_0}} = \frac{E_x}{j_x}$$

þar sem E_x, E_y og j_x er hægt að mæla

Ef aftur á móti Hall hrifin væru mæld í hringborða (Corbino-sýni)

þar sem aðeins er hægt að mæla j_y og E_y ($E_x = 0$) þá fæst

$$\boxed{\frac{j_y}{E_y} = \sigma_{yy}}$$

þannig að í venjulegri Hall mælingu á borða mælist ρ_{yx} og ρ_{xx}

meðan mæling á Corbino borða gefur $\sigma_{yy} = \sigma_{xx}$ (einsleitt sýni)

Til þess að mæla síðan σ eða ρ sem fall af setni ν, má annaðhvort

Halda B föstu breyta n_s	(1)

eða

Halda n_s föstu breyta B	(2)

þar sem $\nu = 2\pi l^2 n_s$

Mæliaðferð (2) hefur meira verið notuð í GaAs (hún vantar oft lið) en (1) í Si-Mosfetum

(13)

Skammta Hallhrifin

(Klaus von Klitzing 1980, nóbelsv. 1985)

Ef hitastigið T er mjög lágt $T < 4,2\,K$

þá sjást þrep í ρ_{xy} (bls. 14)

þrepin hafa öll viðnám, sem er einfalt hlutfall af $25812,8063 \pm 0,0005\ \Omega$

þ.e. $1/2$, $1/3$ .... af þessari tölu

nákvæmni upp á $2 \cdot 10^{-8}$

Samtímis flötu köflunum í ρ_{xy}, hverfur ρ_{xx} (er ekki lengur mælanlegt ef T er nógu lítið)

óháð íbótum, efni ....

(14)

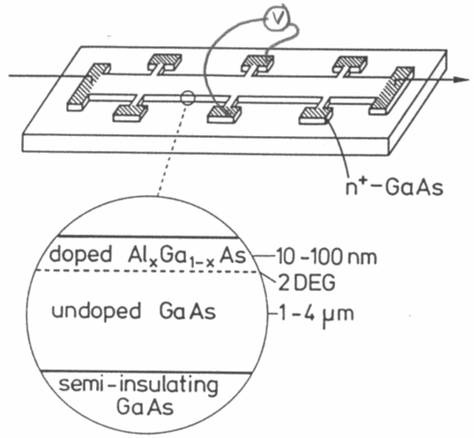


Fig. 3. Typical shape and cross-section of a GaAs-$Al_xGa_{1-x}As$ heterostructure used for Hall effect measurements.

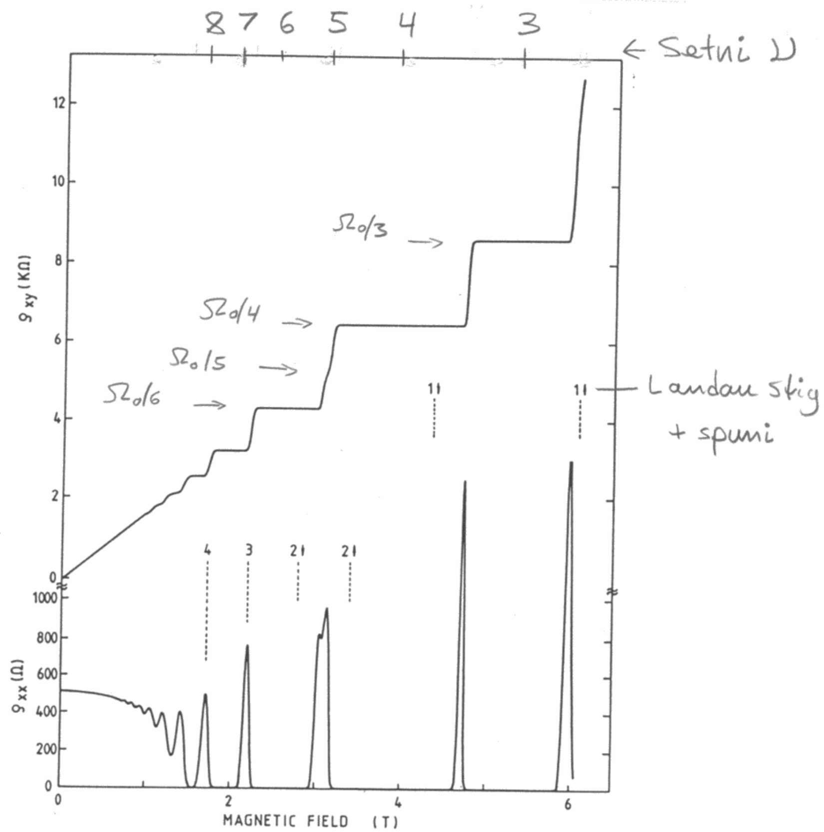


Fig. 14. Experimental curves for the Hall resistance $R_H = \rho_{xy}$ and the resistivity $\rho_{xx} \sim R_x$ of a heterostructure as a function of the magnetic field at a fixed carrier density corresponding to a gate voltage $V_g = 0V$. The temperature is about 8mK.

„Einfölduð skýring"

Ef klassíska niðurstöðan

$$\rho_{yx} = \frac{B}{n_s e c}$$

gildir hér líka, þá fæst vegna $n_s = \nu n_0$

$$\rho_{yx} = \frac{B}{\nu n_0 e c} = \frac{2\pi l^2 B}{\nu e c}$$

þar sem:

$$\nu = 2\pi l^2 n_s \rightarrow n_0 = \frac{1}{2\pi l^2}$$

Áðan fékkst $l^2 = \frac{\hbar c}{eB}$ sem leiðir til

$$\rho_{yx} = \frac{h}{\nu e^2}$$

sem auðvitað jafnt sem áður leiðir til beinna línu á ρ_{yx} vs. B línuriti þar sem $\nu \sim \frac{1}{B}$

En athugum gildið $\frac{h}{e^2}$

$$\frac{h}{e^2} = 2.8721 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{s/cm} = 2.8721 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{stat}\Omega$$

$$= 25813\ \Omega$$

fastinn $\frac{h}{e^2}$ er sem sé náttúrulegur viðnámskvarði.

Og fyrir ν = heiltala fáum við nákvæmlega strömmfræðu gildin, en aðeins í þessum punktum, engin þrep

Í tilraunum sést að ρ_{xy} tekur aðeins gildið $\frac{h}{Ne^2}$ ef $\rho_{xx} = 0$, þegar $\rho_{xx} = 0$ fáum við einnig

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{\rho_{yx}} \qquad (\text{ef } \rho_{xx} = 0)$$

Jöfnurnar fyrir σ og ρ sýna einnig að

$$\text{ef } \rho_{xx} = 0 \implies \sigma_{xx} = 0$$

Því er spurningin getum við útskýrt hversvegna $\sigma_{xx} = 0$ fyrir svo stórt B-bil þá verði $\sigma_{xy} = \frac{Ne^2}{h}$ á sama bili

Hallhrifin benda því til þess að eftirfarandi mynd gildi

breikkuð Landau stig vegna óhreininda

$\downarrow$

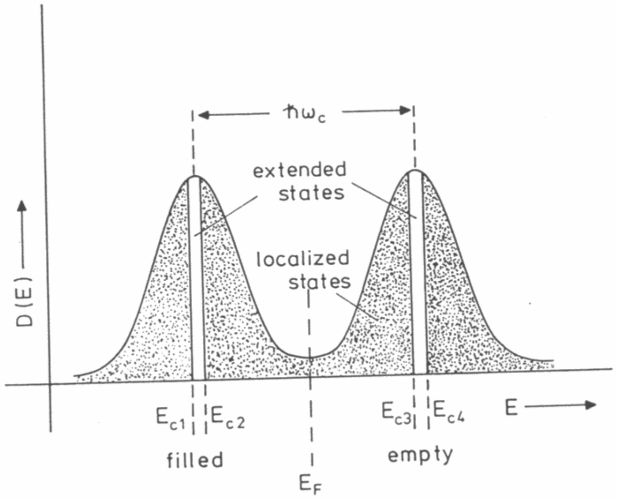


Fig. 6. Model for the broadened density of states of a 2 DEG in a strong magnetic field. Mobility edges close to the center of the Landau levels separate extended states from localized states.

aðeins ástöndin í miðju landau stigi eru heyfanleg, hin eru öll staðbundin

$$\sigma_{xx}(\omega=0) \sim \frac{e^2}{\pi^2\hbar}\int dE\left(-\frac{\partial f}{\partial E}\right)\mathcal{F}[D(E)]$$

σ_{xx} er því einungis háð ástöndunum við efnamættið (Fermiorkuna) μ. Þegar það er statt í staðbundnu ástöndunum verður leiðnin engin

$$\longrightarrow \sigma_{xy} = \frac{Ne^2}{h}$$

þegar μ er statt á meðal staðbundinna ástanda.

Við sjáum því að heyfanleg ástönd geta einungis verið í miðju L.S., samkvæmt tilraununum

Vantar kennilega útreikninga á því hvaða ástönd eru staðbundin í sterku segulsviði!

athugasemdir um skammta Hall hrifin

* því er ekki búist við hrifunum í heinum kerfum, það þarf veilur og óhreinindi til þess að gera rafeindirnar staðbundnar

* Skammta Hall hrifin eru ekki jafnvægis-hrif. Sýnt hefur verið að engin heildar straumur flýtur í gegnum Hall borða nema kerfinu sé ýtt úr jafnvægi með ytra rafmótti sem kveikt er á!
(jafnvægis hringstraumar eru alltaf tyrir hendi)

* Skýringar hafileitar rafeinda kerfisins í ójafnvægi en stöðuga ástandi snarversna, þeir sveiflast ekki lengur með setninni

þar með er erfitt að ímynda sér að hin góða jafnvægis skýring sem er þegar μ er í miðju L.S. orsaki það að rafeindirnar verði hreyfanlegar

* Líkan af Hallhrifunum þarf að meðhöndla „jaðarástönd" og „innri ástönd" Hall borða á sama hátt

Margar leiðir í líkana smíðum hefa verið reyndar

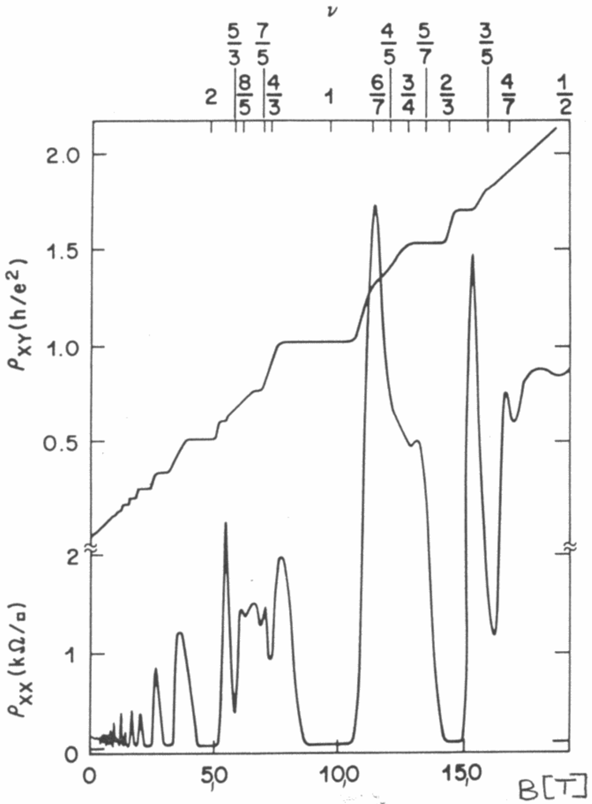
* Kvarða samhverfur
* Grannfræðilegar röksemdir
* Skólun — staðbundin ástönd
* hefðbundin leiðni líkön í segulsviði
* Einföld jafnvægis líkön
* ...

en ekkert fullnægir öll skilyrði sem gera þarf til líkana

Brottölu skammta Hall hrifin

Þrep í ρ_{xy} og lægðir í ρ_{xx} fundust 1983 (D.C. Tsui)

$$\boxed{\sigma = \frac{p}{q}\frac{e^2}{h} \qquad q:\ \text{oddatala}}$$



fyrst fundust brothrif fyrir $\nu < 1$

$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \ldots$

Finnast aðeins í mjög hreinum 2D kerfum, andstætt við heiltölu hrifin

Voru að leita að kristöllum rafeinda við hátt segulsvið (Wigner kristöllum)

fyrir $\nu < 1$ er aðeins eitt spuna-ástand setið (lægsta spuna ástandið)

Coulomb víxlverkun í fjöleinda kerfi er oft nálguð í eftirfarandi þrepum

1.	bein víxlverkun	Hartree nálgun
2.	Skiptakraftur tekinn með	Hartree Fock
3.–∞.	fylgni hrif	hærri nálganir

talið er að síðasti liðurinn valdi því (þegar $\nu < 1$) að rafeindirnar myndi óþjappanlegann skammta vökva. Í honum eru fermi agnarígildi með brot raf hleðslu sem örvast við skilyrðið $\nu = \frac{p}{q}$ þ.a. orkugeilar myndast í ástandsþéttleikanum við þessi gildi

margar kenningar, engin fullreynd!

1985 - 1987

hafa síðan fundist brottølu hvít
við $\nu = 5/2$ ...... $(3 > \nu > 2)$

fyrsti jafni nevnarinn

agnarígildið gæti verið spuna einstig

þ.e. summar rafeindir snúa spuna sínum við og geta myndað ortulágt spuna einstig með rafeindum með røttum spuna

hvørja þegar B er hallað

þá er spunaorkan størri en Landau orkan

Landau orkan $\sim B_\perp$

spunaorkan $\sim B$

fjølmørg ønnur kerfi og hvít

Margskonar flótin fjølsteyti

ofurgrindur — hornrættar
— sagtentar

skammta brunnar

1 víð kerfi $\Longrightarrow$ 2D $\longleftrightarrow$ 1D

Ljóseiginleikar hringhaðalsherma

Smugeiginleikar

Kristøllun rafeinda

2D ofurleiðni ?

Smáarar og leysar

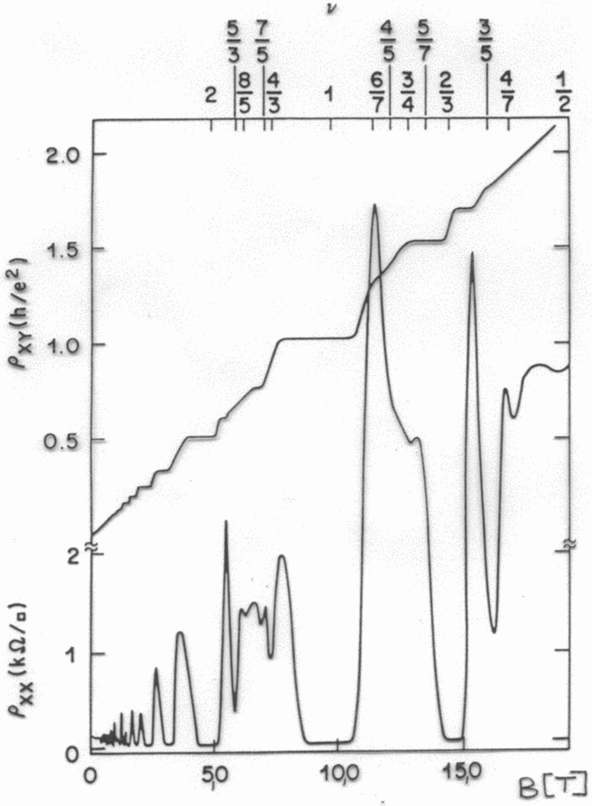
Veilur í 2D kerfum

⋮

Brottölu skammta Hall hrifin

þrep í ρ_{xy} og lægðir í ρ_{xx} fundust 1983
(D.C. Tsui)

$$\boxed{\sigma = \frac{p}{q}\frac{e^2}{h} \qquad q:\ \text{oddatala}}$$



fyrst fundust brothrif fyrir $\nu < 1$

$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ ....

finnast aðeins í mjög hreinum 2D kerfum, andstætt við heiltöluhrifin

Voru ~~að~~ leita að kristöllum rafeinda við hátt segulsvið (Wigner kristöllum)

Því er spurningin getum við útskýrt hversvegna $\sigma_{xx} = 0$ fyrir svo stórt B-bil þá verði $\sigma_{xy} = \frac{Ne^2}{h}$ á sama bili

Hallhrifin benda því til þess að eftirfarandi mynd gildi

breidd landau stig vegna óhreininda

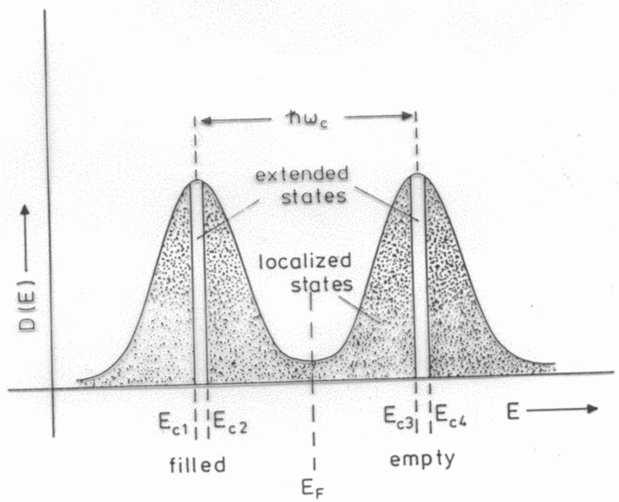


Fig. 6. Model for the broadened density of states of a 2 DEG in a strong magnetic field. Mobility edges close to the center of the Landau levels separate extended states from localized states.

Aðeins ástöndin í miðju landau stigi eru hreyfanleg, hin eru öll staðbundin

$$\sigma_{xx}(\omega=0) \sim \frac{e^2}{\pi^2\hbar}\int dE\left(-\frac{\partial f}{\partial E}\right)\mathcal{F}[D(E)]$$

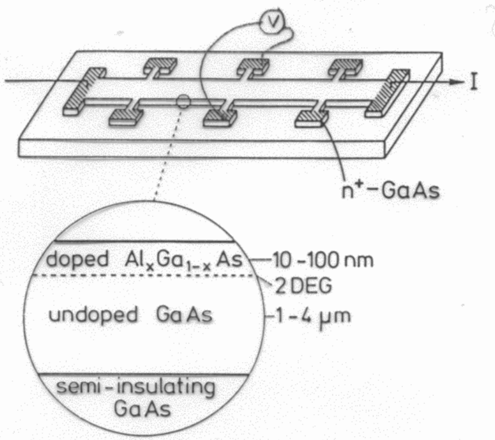


Fig. 3. Typical shape and cross-section of a GaAs-$Al_xGa_{1-x}As$ heterostructure used for Hall effect measurements.

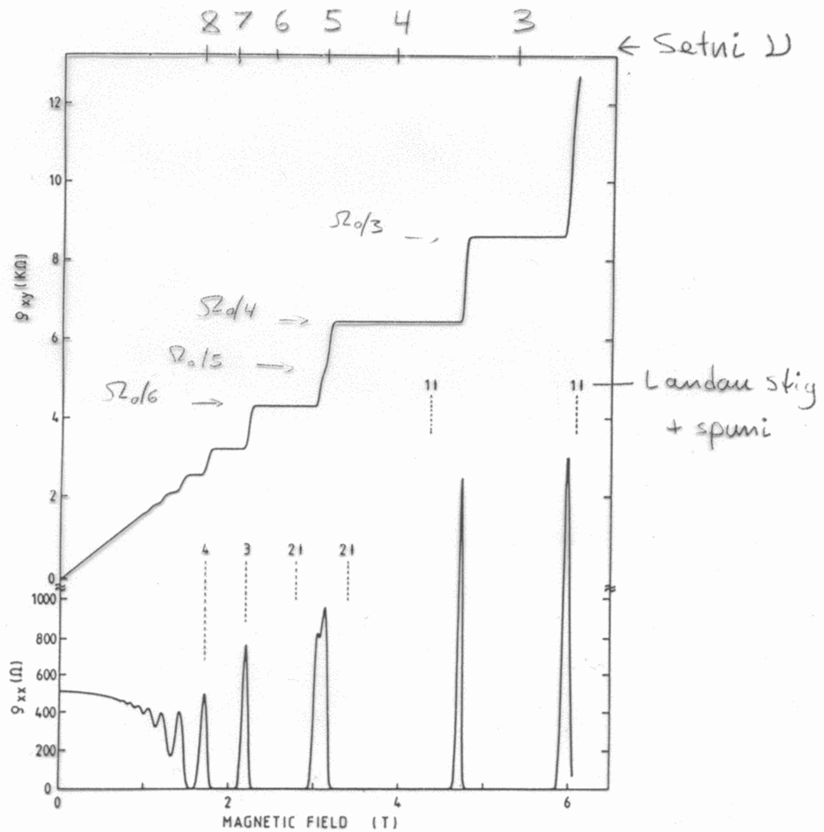


Fig. 14. Experimental curves for the Hall resistance $R_H = \rho_{xy}$ and the resistivity $\rho_{xx} \sim R_x$ of a heterostructure as a function of the magnetic field at a fixed carrier density corresponding to a gate voltage $V_g = 0V$. The temperature is about 8mK.